MODUL

TEORI PROBABILITAS
DALAM STATISTIKA INFERENSIA

Oleh:
Saut Pane
Dosen Program Studi Manajemen – FEB – Univ. Jayabaya
dan
K. Silvanita
Dosen Program Studi Magister Manajemen – Fak. Pasca Sarjana – UKI

Laporan BKD Semester Ganjil 2021/2022
Jakarta, Februari 2022

DAFTAR ISI

BAB – I
TEORI PROBABILITAS DALAM STATISTIKA

Statistika adalah ilmu yang mempelajari bagaimana merencanakan, mengumpulkan, menganalisis, menginterpretasi, dan mempresentasikan data. Singkatnya, statistika adalah ilmu yang berkenaan dengan data. Istilah statistika (bahasa Inggris: statistics) berbeda dengan 'statistik' (statistic).

Statistika merupakan ilmu yang berkenaan dengan data, sedang statistik adalah data, informasi, atau hasil penerapan algoritma statistika pada suatu data. Dari kumpulan data, statistika dapat digunakan untuk menyimpulkan atau mendeskripsikan data. Data atau informasi yang dapat dideskripsikan berupa diagram, nilai pusat, nilai dispersi, ukuran perbandingan, hal tersebut dinamakan statistika deskriptif. Sedangkan peluang, uji dan hipotesa serta regresi termasuk bagian statistika inferensia dan sebagian besar konsep dasar statistika mengasumsikan teori teori inferensia termasuk probabilitas.

Generalisasi yang berhubungan dengan statistika inferensia selalu memiliki sifat tidak pasti karena Generalisasi tersebut didasarkan pada infomasi parsial yang diperoleh dari sebagian data. Untuk memperhitungkan ketidak pastian tersebut pengetahuan mengenai teori peluang mutlak diperlukan. Kata peluang bisa berarti kemungkinan atau kans. Hitumg peluang menunjukkan tingkat kemungkinan atau kans dalam bentuk angka, sedangkan teori peluang memberikan metode-metode yang berhubungan dengan ketidakpastian. Kondisi ketidakpasstian ini merupakan bagian yang tak terhindarkan dalam kegiatan sehari-hari istilah peluang identik dengan kata "mungkin" misalnya : mungkin besok hujan lebat, mungkin bulan depan terjadi bencana alam tsunami, mungkin terjjadi malpraktik, mungkin salah mengetik huruf, mungkin terjadi kecelakaan tiap hari. Pemberian nilai numeric pada sesuatu yang bersifat mungkin disebut peluang. Sebagai contoh peluang besok hujan adalah 75 %, peluang mal praktik sebesar 0,08, peluang salah ketik huruf sebesar 0,05 dan peluang kejadian tsunami sebesar 0,008.

1.1. Pengertian Probabilitas

Probabilitas dikenal dengan teori peluang. Teori peluang awalnya diinspirasi oleh masalah perjudian. Awalnya dilakukan oleh matematikawan dan fisikawan Itali yang bernama Girolamo Cardano (1501-1576). Kapan tepatnya teori peluang masuk ke dalam dunia statistika belum diketahui secara pasti. Meskipun teori peluang sudah dikenal sejak abad 17 oleh para matematikawan , tetapi masih diragukan kapan teori ini berhubungan dengan statistika. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, perkawinan antara matematika peluang dengan data yang dikumpulkan oleh negara-negara di berbagai penjuru dunia akhirnya melahirkan ilmu baru yaitu statistika. Lahirnya berbagai teori peluang yang dilandasi dari kesenangan ini telah banyak mempengaruhi perkembangan ilmu statistika itu sendiri. Penggunaan teori peluang dalam bidang bisnis sudah cukup lama dikenal oleh para pebisnis.

Manfaat mengetahui probabilitas adalah membantu pengambilan keputusan yang tepat,karena kehidupan di dunia tidak ada kepastian,dan informasi yang tidak sempurna. Sebagai contoh yaitu:

- Pembelian harga saham berdasarkan analisisharga saham
- Peluang produk yang diluncurkan perusahaan(sukses atau tidak), dll.

Probabilitas didifinisikan sebagai peluang atau kemungkinan suatu kejadian, suatu ukuran tentang kemungkinan atau derajat ketidakpastian suatu peristiwa (event) yang akan terjadi di masa mendatang. Rentangan probabilitas antara 0 sampai dengan 1. Jika kita mengatakan probabilitas sebuah peristiwa adalah 0, maka peristiwa tersebut tidak mungkin terjadi. Jika kita mengatakan bahwa probabilitas sebuah peristiwa adalah 1 maka peristiwa tersebut pasti terjadi. Serta jumlah antara peluang suatu kejadian yang mungkin terjadi dan peluang suatu kejadian yang mungkin tidak terjadi adalah satu, jika kejadian tersebut hanya memiliki 2 kemungkinan kejadian yang mungkin akan terjadi.

Peluang menurut Soedibjo (2010:1) adalah suatu cara untuk menyatakan kesempatan terjadinya suatu peristiwa. Secara kualitatif, peluang dapat dinyatakan dalam bentuk kata sifat untuk menunjukkan kemungkinan terjadinya suatu keadaan seperti : baik, lemah, kuat, miskin, dan sedikit. Salah satu cara untuk menyatakan peluang dari suatu peristiwa adalah penggunaan *diagram Venn*.

Gambar 1.
Diagram Venn

Diagram ini biasanya digunakan untuk mempermudah menjelaskan teori probabilitas. Area (set) yang dibatasi oleh garis luar adalah “bidang atau ruang sampel” yaitu seluruh kemungkinan kejadian yang secara teoritis dapat muncul, dan bagian dari bidang serta yang terletak di dalam “bidang sampel”menggambarkan sebuah peristiwa.

Menurut Lind (2002) mendefinisikan probabilitas sebagai “Probabilitas adalah suatu ukuran tentang kemungkinan suatu peristiwa yang akan terjadi di masa mendatang. Probabilitas dinyatakan antara 0 sampai 1 atau dalam persentase”.

Peluang/Probabilitas dalam sebuah peristiwa terkadang dinyatakan dengan sebuah peluang, terutama pada situasi permainan. Peluang dalam peristiwa E yang terjadi,

$$\frac{\mathbf{P(E)}}{\mathbf{P(E')}}$$

dengan syarat P(E′) ≠ . Peluang biasanya dinyatakan dengan rasio $\frac{p}{q}$ (atau p:q) dari dua bilangan bulat positif, yang dibaca “p ke q”.

Ada tiga hal penting dalam membicarakan probabilitas yaitu percobaan (experiment), hasil (outcome), dan peristiwa (event).

a. ***Percobaan*** *(experiment)* adalah aktivitas yang melahirkan suatu peristiwa. Contohnya saja kegiatan melempar uang koin akan melahirkan peristiwa muncul gambar atau angka, kegiatan jual beli saham akan melahirkan peristiwa membeli atau menjual, perubahan harga – harga akan melahirkan inflasi dan deflasi, mahasiswa yang giat belajar akan melahirkan prestasi yang memuaskan, sangat memuaskan atau terpuji. Pertandingan sepak bola akan melahirkan peristiwa menang, kalah, atau seri. Kegiatan-kegiatan yang melahirkan peristiwa tersebut dikenal dengan percobaan.

b. ***Hasil*** *(outcome)* adalah suatu hasil dari percobaan. Dari suatu percobaan akan memberikan hasil. Dari contoh kegiatan diatas dapat diperoleh hasil berikut.

Tabel 1.
Simulasi Hasil dari Beberapa Kegiatan Percobaan

PERCOBAAN	HASIL
Kegiatan melempar uang	1. muncul gambar
	2. muncul angka
Kegiatan perdagangan saham	1. menjual saham
	2. membeli saham
Perubahan harga	1. inflasi (harga naik)
	2. deflasi (harga turun)
Mahasiswa belajar	1. lulus memuaskan
	2. lulus sangat memuaskan
	3. lulus terpuji
Pertandingan Sepak Bola	1. menang
	2. kalah

Sumber: Diolah oleh Penulis, 2022

Jadi hasil adalah seluruh kemungkinan peristiwa yang akan terjadi akibat adanya suatu percobaan atau kegiatan.

c. ***Peristiwa*** *(event)* adalah kumpulan dari satu atau lebih hasil yang terjadi pada sebuah percobaan atau kegiatan. Peristiwa menunjukkan hasil yang terjadi dari suatu kejadian. Dalam setiap percobaan atau kegiatan hanya ada satu kemungkinan hasil. Pada kegiatan jual beli saham, kalau tidak membeli berarti menjual. Pada perubahan harga terjadi inflasi atau deflasi. Pada pertandingan sepak bola juga terjadi satu peristiwa, apakah klub sepak bola tersebut menang, kalah atau seri. Tidak mungkin dalam suatau pertandingan sepak bola, misalnya Liverpool VS Arsenal, hasilnya Liverpool menang juga kalah. Peristiwa yang mungkin adalah Persita menang, kalah atau seri.

Jadi menyatakan Probabilitas adalah sebagai berikut "Probabilitas dinyatakan dalam bentuk pecahan antara 0 sampai 1. Probabilitas 0 menunjukkan suatu yang tidak mungkin terjadi, sedang probabilitas 1 menunjukkan peristiwa pasti terjadi.

1.2. Pendekatan Perhitungan Probabilitas

Ada 3 (tiga) pendekatan konsep untuk mendefinisikan probabilitas dan menentukan nilai-nilai probabilitas, yaitu:

a. Pendekatan Klasik

Pendekatan klasik didasarkan pada banyaknya kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi pada suatu kejadian. "Jika ada a banyaknya kemungkinan yang dapat terjadi pada kejadian A, dan b banyaknya kemungkinan tidak terjadi pada kejadian A, serta masing-masing kejadian mempunyai kesempatan yang sama dan saling asing". Probabilitas bahwa akan terjadi A adalah P(A) = a / (a+b) atau p(E) = ${}^{m}/_{n}$.

Dalam perumusan peluang dengan cara klasik diberlakukan anggapan bahwa semua kejadian dalam suatu percobaan mempunyai kesempatan untuk muncul yang sama. Dengan demikian langkah kedua bisa dilakukan dengan 4 cara, dan langkah ketiga bisa dilakukan dengan 8 cara. Penyelesaian:

Banyaknya cara = (n_1) (n_2) (n_3) = (2) (4) (8) = 64

b. Pendekatan Frekuensi Relatif (objektif)

Nilai probabilitas ditentukan atas dasar proporsi dari kemungkinan yang dapat terjadi dalam suatu observasi atau percobaan. Tidak ada asumsi awal tentang kesamaan kesempatan, karena penentuan nilai-nilai probabilitas didasarkan pada hasil obserbasi dan pengumpulan data. Misalkan berdasarkan pengalaman pengambilan data sebanyak N terdapat a kejadian yang bersifat A. Dengan demikian probabilitas akan terjadi A untuk data adalah P(A) = ${}^{A}/_{N}$.

Dalam peerumusan peluang dengan cara objektif tidak diberlakukan anggapan bahwa semua kejadian mempunyai kesempatan muncul yang sama. Dalam hal ini peluang suatu kejadian ditentukan dengan melakukan percobaan berulang kali, kemudian dilakukan pencatatan besarnya frekuensi relative masing- masing kejadian. Misalkan N adalah banyaknya ulang yang dilakukan pada suatu percobaan dan E adalah frekuensi munculnya kejadian X dalam N ulangan tersebut, dengan demikian maka:

$$\boldsymbol{P\ (X) = \frac{f\ (X)}{N} = \frac{E}{N}}$$

c. Pendekatan Subyektif

Kata peluang bisa berarti kemungkinan atau kans. Hitung peluang menunjukkan tingkat kemungkinan atau kans dalam bentuk angka, sedangkan teori peluang memberikan metode – metode yang berhubungan dengan ketidakpastian ini merupakan bagian yang tak terhindarkan dalam kegiatan sehari – hari.

Menentukan besarnya probabilitas suatu peristiwa didasarkan pada penilaian pribadi dan dinyatakan dalam derajat kepercayaan. Penilaian subjektif diberikan karena terlalu sedikit atau tidak ada informasi yang diperoleh atau berdasarkan keyakinan. Misalnya sebagai berikut.

- Menurut pengamat politik, Fauzi Bowo akan terpilih sebagai Gubernur DKI Jakarta pada Pilkada Agustus 2007.

- Menurut Menteri Keuangan Indonesia Sri Mulyani pada tahun 2007, Indonesia akan mengalami gejala krisis, walaupun fondasi ekonomi kuat.
- Anda akan mendapatkan nilai minimal B untuk mata kuliah Statistika.

Semua contoh tersebut hanya didasarkan pada penilaian pribadi dan mungkin tidak banyak menggunakan informasi sebagai dasar pertimbangan.

Perumusan besarnya peluang suatu kejadian dapat menggunakan cara klasik, cara frekuensi relative (objektif) maupun cara subjektif.

1.3. Istilah dan Sifat-Sifat Peluang

a. Ruang Contoh (Sampel Spaces)

Kumpulan dari semua kejadian dasar disebut ruang sampel, sedangkan banyaknya semua kejadian dasar yang mungkin disebut disebut ukuran ruang sampel. Dalam tindakan melempar sebuah mata dadu tersisi enam dan melakukan pengamatan atas hasil yang diperoleh, kejadian dasar dari percobaan ini adalah munculkan salah satu sisi mata dadu tersebut. Sebagai ruang sampel adalah kumpulan semua sisi mata dadu, sedangkan ukuran sampelnya adalah banyaknya sisi dadu, yaittu 6.

Dengan meningkatkan ukuran ruang sampel ataupun kompleksitas nya, penghitungan secara langsung menjadi tidak mudah lagi. Pengetahuan tentang peluang berguna untuk membantu menyelesaikan hal-hal yang berkaitan dengan ketidak pastian, berikut ini adalah beberapa terminiologi yang berkaitan dengan peluang:

Suatu hal yang selalu ada pada setap gangguan probabilitas adalah kinerja percobaan (prosedural) di mana hasil tertentu, atau hasil, melibatkan kesempatan. misalnya, perhatikan percobaan melempar koin. hanya ada dua cara koin bisa jatuh, *Head*(H) atau *Tail*(T), tetapi hasil sebenarnya ditentukan secara kebetulan. Set hasil yang mungkin keluar; $\{H, T\}$ disebut dengan ruang sampel. Ruang sampel S dalam sebuah percobaan adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari percobaan acak tsb. Unsur-unsur S disebut dengan titik sampel. Jika ada jumlah yang terbatas pada titik sampel, jumlahnya dinotasikan #(S), dan S dikatakan sebagai ruang sampel terbatas.

$$\mathbf{S1} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}\}$$

Ruang sampel S disebut dengan ruang yang dapat dilengkapi hanya jika semua kejadian peristiwa/kejadian sama-sama mungkin terjadi. Jika S adalah ruang sampel yang dapat disempurnakan dengan N titik sampel (atau hasil), katakanlah S = $\{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$, maka probabilitas setiap peristiwa/kejadian sederhana $\{s_i\}$ diberikan dari

$$\mathbf{P(s_i)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{N}}$$

Jika S adalah ruang terbatas yang dapat digunakan untuk eksperimen dan E = $\{s_1, s_2, \ldots, s_j\}$ adalah suatu peristiwa/kejadian, maka probabilitas E diberikan dari

$$\mathbf{P(E) = P(s1) + P(s2) + \ldots + P(sj)}$$

Secara ekuivalen,

$$\mathbf{P(E)} = \frac{\#(\mathbf{E})}{\#(\mathbf{S})}$$

Dimana #(E) adalah jumlah hasil dalam E, dan #(S) adalah jumlah hasil dari S.

b. Percobaan dan Peristiwa/Kejadian (Events)

Percobaan (*experiment)* berkaitan dengan hal yang direncanakan untuk dikerjakan. Hasil dari percobaan disebut kejadian *(event)*. Misalkan kita merencanakan untuk melempar sekeping mata uang logam dan kemudian akan diamati sisi uang yang muncul. Dalam hal ini percobaan kita adalah tindakan melempar uang sedangkan kejadian nya adalahmunculnya sisi muka atau sisi belakang dari hasil pelemparan mata uang tersebut.

Dalam statistika, pengertian ini diperluas dengan memasukkan unsur-unsur kesempatan atau peluang atas terjadinya suatu peristiwa yang didasarkan pada hasil sebuah percobaan yang dilakukan secara berulang-ulang. Sebagai contoh peristiwa terambilnya kartu As dari setumpuk kartu bridge. Untuk peristiwa sederhana, peluang dapat diturunkan baik secara logis, melalui pengamatan empiris maupun secara subjektif (Soedibjo, 2010:3). Ketiga bentuk peluang ini mempunyai implikasi yang penting bagi para manajer atau pimpinan organisasi, khususnya dalam proses pengambilan keputusan.

Secara umum, setiap himpunan bagian dari ruang sampel disebut dengan peristiwa/kejadian dalam percobaan. Contoh $\{2, 4, 6\}$, adalah berupa angka genap yang muncul, yang juga dapat dijelaskan dengan symbol sebagai beriku; $\{x\ dalam\ S|x\ adalah\ angka\ genap\}$.

c. Komplemen, Gabungan, dan Irisan

- Komplemen (bukan) dari E, ditulis dengan E', adalah peristiwa/kejadian dari semua titik sampel di S yang tidak ada di E.

- Gabungan (persatuan) dari E dan F, ditulis dengan $E \cup F$, adalah peristiwa/kejadian dari semua titik sampel yang ada di E, atau di F, atau berada di keduanya E dan F.

- Irisan (persimpangan) dari E dan F, ditulis dengan $E \cap F$, adalah peristiwa/kejadian dari semua titik sampel yang ada pada keduanya E dan F.

d. Sifat Probabilitas

Misalkan A dan satu kejadian maka:

- Apabila 0 < P(A) < 1, maka n(A) akan selalu lebih sedikit dari n(S). Bila peluang A mendekati 0, berarti kejadian A tersebut kecil kemungkinan terjadinya, sebaliknya bila peluang A mendekati 1 maka, kemungkinan A terjadi semakin pasti.

- Apabila A = 0, himpunan kosong maka A tidak terjadi pada S dan n(A) sehingga P(A) = 0.

- Apabila A = S, maka n(A) = n(S)= n sehingga P(A) = 1.

- Nilai peluang komplemen dari suatu kejadian adalah satu dikurangikejadian tersebut (p($\bar{A}$)= 1 – P (A)).

e. Fungsi Probabilitas Secara Umum

- Misalkan S = {s_1, s_2, ..., s_N} menjadi sebuah ruang sampel untuk sebuah eksperimen. Fungsi dari P : 2^S -> [0, 1] disebut dengan fungus probabilitas apabila;
  - **i.** P(∅) = 0
  - **ii.** P(S) =1

iii. Untuk $E_1, E_2, ..., E_k$ dari *mutually exclusive events*, $\mathbf{P}(\cup_{j=1}^{k}(\boldsymbol{Ej}) = \sum_{j=1}^{k}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{Ej})$

- Fungsi Probabilitas untuk ruang sampel S = $\{s_1, s_2, ..., s_N\}$ bisa menjadi ekuivalen dijelaskan dengan memberikan fungsi P : S -> [0, 1] dengan

  $$\mathbf{P}(s_1) + \mathbf{P}(s_2) + \dots\mathbf{P}(s_N) = \mathbf{1}$$

  Dan "memperpanjang" itu ke P : 2^S -> [0, 1] dengan membutuhkan $\mathbf{P}(\emptyset) = \mathbf{0}$

f. Probabilitas Teoritik dan Probabilitas Empirik

Probabilitas Teoritik, Kemungkinan/ probabilitas yang diperoleh dengan menggunakan cara-cara yang berlainan serta asumsi bahwa semua cara yang mungkin akan terjadi atas dasar kemungkinan yang sama (equally likely basis).

Probabilitas Empirik, Kemungkinan tentang terjadinya suatu peristiwa yang dihitung atas dasar pengalaman-pengalaman atau percobaan-percobaan tentang apa yang terjadi pada saat-saat yang sama di masa yang lalu atau atas dasar catatan statistik. Karena dalam menentukan probabilitas empiris benar-benar melakukan percobaan, kadang-kadang probabilitas empirik disebut "eksperimental probabilitas".

1.4. Prinsip Dasar Perhitungan dan Hukum Probabilitas

a. Prinsip Dasar Perhitungan

Pada saat akan menghitung probabilitas, diharuskan untuk menghitung jumlam elemen dalam satu set, karena menghitung unsur secara individu mungkin akan lebih sulit. Setelah dilakukan pengembangan teknik perhitungan yang lebih efisien, terbentuklah prinsip perhitungan dasar. Prinsip perhitungan dasar berguna dalam menyelesaikan berbagai masalah.

Misalkan suatu prosedur perhitungan melibatkan urutan tahapan k. Dalam hal ini, n_1 menjadi jumlah cara yang dapat terjadi pertama dan n_2 menjadi jumlah cara yang dapat terjadi kedua . Melanjutkan dengan cara ini, biarkan n_k menjadi jumlah cara yang dapat terjadi pada tahap k, maka jumlah keseluruhan cara prosedur dapat terjadi adalah

$$\mathbf{n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k}$$

Peluang suatu kejadian dapat didefinisikan, Jika N adalah banyaknya titik sampel pada ruang sampel S suatu percobaan dan E merupakan suatu kejadian dengan banyaknya n pada percobaan tersebut, maka peluang untuk peristiwa E adalah P(E) = $\frac{n}{N}$. Harga P(E) tersebut memiliki batas-batas, yaitu 0 $\leq$ P(E) $\leq$ 1. Jika P(E) = 0 maka diartikan peristiwa E pasta tidak terjadi, sedangkan jika P(E) = 1 diartikan peristiwa E pasti terjadi.

Hal yang sering terjadi dalam kenyataan adalah harga P(E) berada antara 0 dan 1. Misalnya enam peristiwa mata dadu ketika melakukan undian merupakan peristiwa yang saling ekslusif. Maka P(mata1) = P(mata2) = P(mata3) = P(mata4) = P(mata5) = P(mata 6) = $^1/_6$. Sehingga P (mata 1 atau mata 2 atau … atau mata 6) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = $^1/_6 + {}^1/_6 + {}^1/_6 + {}^1/_6 + {}^1/_6 + {}^1/_6 = 1$.

b. Proses Stokastik

Proses Stokastik adalah himpunan variable acak $\{X(t), t \in T\}$. semua kemungkinan nilai yang dapat terjadi pada variable acak $X(t)$ disebut ruang keadaan (state space). Satu nilai t dari T disebut indeks atau parameter waktu. Dengan parameter waktu ini, proses stokastik dapat dibedakan menjadi dua bentuk yaitu:

- Jika $T = \{0,1,2,3...\}$ maka proses stokastik ini berparameter diskrit dan biasanya disingkat dengan notasi $\{X_n\}$.
-
- Jika $T = \{t \mid t \geq 0\}$, maka proses stokastiknya berparameter kontinu dan dinyatakan dengan notasi $\{X(t) \mid t \geq 0\}$

c. Hukum Peluang Penjumlahan/Saling Lepas (Mutully Exclusive)

Dua kejadian A dan B dikatakan sebagai dua kejadian terpisah apabila dua kejadian tersebut tidak mungkin muncul secara bersama-sama. Dengan kata lain, peluang muncul nya dua kejadian terpisah, A dan B secara bersama-sama adalah nol. Artinya $A \cap B = \emptyset$; $P(A \cap B) = 0$. Munculnya sisi muka dan munculnya sisi belakang pada pelemparan koin adalah dua kejadian terpisah, tetapi muncul nya sisi kurang dari 4 dan munculnya sisi ganjil pada pelemparan dadu bukan dua kejadian terpisah. Apabila kejadian A dan kejadian B saling terpisah, maka peluang kejadian $A \cup B$ sama dengan peluang kejadian A ditambah dengan peluang kejadian B.

$$A \cap B = \emptyset$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$$
$$= P(A) + P(B)$$

Kaidah ini dinamakan sebagai kaidah penjumlahan. Berikut ini masing-masing adalah kejadian-kejadian terpisah,

- A muncul nya sisi genap, B munculnya sisi belakang apabila sebuah koin dilempar sekali.
- Apabila sebuah dadu ditos sekali:
  i. A muncul nya sisi genap, B munculnya sisi ganjil.
  ii. Muncul nya sisi prima, B munculnya sisi bukan prima.
  iii. A munculnya sisi 1 dan 2, B munculnya sisi 3 atau 4, C munculnya sisi 5 dan 6.

Asas perhitungan probabilitas dengan berbagai kondisi yang harus diperhatikan adalah kejadian saling meniadakan/saling lepas. Kejadian dimana jika sebuah kejadian terjadi, maka kejadian yang kedua tidak akan terjadi. Menggunakan kaidah penjumlahan untuk perhitungan peluangnya dan menggunakan istilah untuk menguhubungkan keduanya. Secara matematis aturan ini dituliskan:

$$\boxed{\mathbf{P\ (A\ atau\ B) = P(A) + P(B)}}$$

Untuk kejadian yang lebih banyak dilambangkan sampai n yaitu:

$$P(A \text{ atau } B \text{ atau } \ldots\ n) = P(A) + P(B)$$

Contoh:

Sebuah dadu berisi enam dilempar satu kali. Berapa peluang kejadian munculnya dadu angka kurang dari 3 atu mata dadu angka lebih dari atau sama dengan 4?

Penyelesaian:

Andaikan A = kejadian angka < 3 atau A = {1,2} maka P(A) = 2/6. Andikan B = Kejadian angka $\geq$ 4 atau B = {4,5,6} maka P(B) = 3/6. A dan B adalah kejadian atau peristiwa saling lepas maka : P(A $\cup$ B) = P(A) + P(B) = 2/6 + 3/6 = 5/6.

d. Hukum Peluang Pengurangan/Beririsan (Not Mutully Exclusive/Inclusive)

Peristiwa saling inklusif, jika dua peristiwa memiliki titik yang sama atau terdapat irisan anatara kedua peristiwa. Hubungan inklusif adalah perluasan dari hubungan eksklusif. Ini berlaku hubungan: A atau B atau keduanya. Secara matematis dirumuskan:

P(A atau B atau keduanya) = P(A $\cup$ B)
= P(A) + P(B) – P(A $\cap$ B)

Keterangan:

- P(A atau B): Probabilitas terjadinya A atau B atau A dan B bersama-sama.
- P(A) : Probabilitas terjadinya A
- P(B) : Probabilitas terjadinya B
- P(AB) : Probabilitas terjadinya A dan B bersama-sama

Contoh:

Di sebuah perusahaan terdapat 10 karyawan yang ingin di promosi, yang diberi nomor 1-10. Jika dipromosikan satu, berapakah peluang terpilihnya karyawan bernomor genap atau prima?

Penyelesaian:

S = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10.

N(S)= 10

Misalkan A bernomor bilangan genap, dan B bernomor bilangan prima A= 2,4,6,8,10. N(A) = 5; B= 2,3,5,7. N(B) = 4. Maka peluang terpilihnya karyawan bernomor genap dan prima adalah

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) – P(A \cap B)$

$= (5/10) + (4/10) – (1/10)$

$= 8/10$

$= 4/5$

e. Hukum Peluang Perkalian (Kejadian Independent)

Dua peristiwa dikatakan independen (bebas) jika terjadinya atau tidak terjadinya peristiwa satu tidak memengaruhi atau tidak dipengaruhi oleh peristiwa yang lain. Jika X dan Y merupakan dua peristiwa yang independen, maka probabilitas untuk terjadinya kedua peristiwa tersebut adalah:

$$\boxed{P(X \cap Y) = P(X) \times P(Y)}$$

atau

$$\boxed{P(A \text{ dan } B) = P(A).P(B)}$$

Ketika P(E|F) = P(E), katakanlah bahwa E independen dari F. apabila E independen dari F, maka F tidak bergantung pada E (dan sebaliknya). Untuk membuktikan ini, anggaplah P(E|F) = P(E). kemudian,

$$P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{P(F)P(E)}{P(E)} = P(F)$$

$$P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(F)P(E)}{P(F)} = P(E)$$

Yang berarti F independen dari E. Ketika salah satu terbukti benar, maka dapat dikatakan bahwa E dan F adalah kejadian independen.

Untuk tiga peristiwa menggunakan rumus:

$$\boxed{P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C)}$$

Contoh:

Dari 100 barang yang diperiksa terdapat 20 barang yang rusak. Berapa probabilitas untuk mendapatkan barang yang bagus (baik) jika dilakukan tiga kali pengambilan barang tersebut (barang yang telah diambil dikembalikan lagi).

Penyeselaian:

P (barang baik) = 80/100 = 0,80
P (barang rusak) = 20/100 = 0,20
X = pengambilan pertama barang baik
Y = pengambilan kedua barang baik
Z = pengambilan ketiga barang baik
$P(X \cap Y \cap Z) = P(X) \times P(Y) \times P(Z)$
$= 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8$
$= 0{,}512.$
$= 4/5$

f. Hukum Peluang Pembagian (Peristiwa Bersyarat)

Probabilitas bersyarat dituliskan dengan P(E|F) yang menyatakan probabilitas E bila diketahui F, dimana E dan F menyatakan kejadian acak. Probabilitas bersyarat dapat dihitung menggunakan.

1) $P(E|F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}, P(F) \neq 0$

2) $P(F|E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)}, P(E) \neq 0$

Dimana P(E,F) adalah probabilitas bersama A dan B dan P(B) adalah probabilitas B. Peristiwa tidak bebas atau peristiwa bersyarat (*Conditional Probability*) adalah dua peristiwa dikatakan bersyarat apabila kejadian atau ketidakjadian suatu peristiwa akan berpengaruh terhadap peristiwa lainnya. Kejadian bersyarat menjadi dasar penemuan dalil atau teorema Bayes. *Peluang B bersyarat A ditulis P (B | A). Dengan kata lain, kita bekerja untuk menentukan peluang B dengan syarat A. Adapun rumusnya yaitu*:

$$\mathbf{P\ (A \cap B) = P(A) \times P\ (B \mid A) = \frac{P\ (A \cap B)}{P\ (A)}}$$

Contoh:

Sebuah perusahaan membuka lowongan kerja untuk mengisi pekerjaan sekretaris perusahaan. Ada 100 orang pelamar terdiri atas berpengalaman 3 thn dan kurang dari 3 thn serta dengan status menikah dan tidak menikah.

Tabel 2.
Hubungan antara Pengalaman Pelamar dengan Status Pernikahan

Pengalaman	Menikah	Tidak Menikah	Jumlah
Pengalaman > 3 thn	12	24	36
Pengalaman < 3 thn	18	46	64
Jumlah	30	70	100

Penyelesaian:

Seluruh peserta dianggap memiliki peluang yang sama untuk terpilih sebagai sekretaris. Misal E = peristiwa yang dipilih memiliki pengalaman lebih dari tiga tahun dan M = peristiwa pelamar yang dipilih statusnya menikah. Maka dapat dihitung:

$P = 100$

$P(E) = 36/100 = 0{,}36$

$P(M) = 30/100 = 0{,}30$

$P(E \cap M) = 12/100 = 0{,}12$

Apabila peluang kejadian A sama saja dengan telah muncul atau tidak munculnya kejadian B, maka dikatakandikatakan bahwa kejadian A dan kejadian B tersebut bebas satu sama lain. Untuk kejadian bebas ini, maka:

$$P(A \cap B) = P(A \mid B)\,P(B) = P(A)\,P(B)$$

atau

$$P(B \cap A) = p(B \mid A)\;P(A) = P(B)\,P(A)$$

Apabila peluang kejadian A berbeda dengan telah muncul atau tidak munculnya kejadian B, maka kejadian A dan kejadian B ini dikatakan tidak saling bagus. Untuk kejadian – kejadian yang tidak saling babas tidak berlaku kaidah penggandaan.

Ilustrasi:

Berikut ini adalah ilustrsi mengenai kejadian – kejadian dalam satuh ruang contoh:

1) Pada pelemparan dadu, A munculnya sisi prima dan B munculnya sisi ganjil bukan dua kejadian yang saling bebas, p (A) = 3/6, P (B) = 3/6, $(A \cap B) = 2/6$, $P(A \mid B) = (2/6) / (3/6) = 2/3 \neq p(A)$.

2) Pada pelemparan dua keping koin, A munculnya sisi angka pada koin pertama, dan B munculnya sisi gambar pada koin kedua adalah dua kejadian bebas: S = { AA, AG, GA, GG }, P (A) = $^1/_{2,}$ P (B) = $^1/_{2,}$

$P(A \cap B) = {}^1/_{4,}$

$P(A \mid B) = ({}^1/_4) / ({}^1/_2)$

$= {}^{1}/_{2},$
$= P\ (A).$

g. Teorema Bayes

Teorema Bayes adalah sebuah teorema dengan dua penafsiran berbeda. Dalam *penafsiran Bayes*, teorema ini menyatakan seberapa jauh derajat kepercayaan subjektif harus berubah secara rasional ketika ada petunjuk baru. Dalam *penafsiran frekuentis* teorema ini menjelaskan representasi invers probabilitas dua kejadian. Teorema ini merupakan dasar dari statistika Bayes dan memiliki penerapandalam sains, rekayasa, ilmu ekonomi (terutama ilmu ekonomi mikro), teori permainan, kedokteran dan hukum. Penerapan teorema Bayes untuk memperbarui kepercayaan dinamakan inferens Bayes. Secara umum, teorema Bayes dinyatakan sebagai:

$$\boxed{\mathbf{P(E|F)} = \frac{\mathbf{P(F|A)P(E)}}{\mathbf{P(F)}}}$$

Dalam notasi ini *P*(*E*|*F*) berarti peluang kejadian *E* bila *F* terjadi lebih dahulu dan *P*(F|*E*) peluang kejadian F bila *E* terjadi lebih dahulu.

Bayes adalah ahli matematika eropa (1702 – 1761). Kaidah bayes diambil dari teori Thomas bayes tentang kejadian atau peluang bersyarat *(conditional probability).* Suatu kejadian A, dapat ditulis sebagai interseksi A dengan S (ruang contoh). Selanjutnya, ruang contoh S dapat dipandang sebagai gabungan dari K kejadian B_1, B_2,...., B_k yang saling, yaitu:

A = a $\cap s = A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \ldots . B_k) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup$ $\ldots . \cup (A \cap B_k)$, Sehingga

$P(A) = P(A \cap B_1) + P(A \cap B_2) + \ldots \ldots . + P(A \cap B_{k)}$

$= P(B_1)\, P(A|\, B_1) + P(B_2)P(A\,|B_2) + \ldots \ldots . + P(B_k)P(A\,|B_k)$

$$\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A\,|B_i)$$

Selanjutnya dapat ditentukan dengan

$$P\left(B_j\,|A\right) = \frac{P(A \cap B_j)}{P(A)} = \frac{P\left(B_j\right) P(A\,|B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P\left(B_j\right)P(A\,|B_i)}$$

Rumusan ini dinamakan kaidah bayes.

BAB – II
TAMBAHAN DALAM TEORI PROBABILITAS

Pada bagian terdahulu, telah dijelaskan bahwa probabilitas dapat digunakan untuk memecahkan suatu masalah membagi pot uang antara dua penjudi ketika permainan mereka terganggu. Sekarangpertanyaan yang mungkin akan muncul setelah pemecahan masalah tersebut adalah: apakah peluang sebuah permainan akan terputus di tempat pertama? Gagasan nilai yang diharapkan untuk suatu angka—lamanya waktu sampai sesuatu terjadi, atau jumlah orang yang keluar dari studi—adalah salah satu kunci konsep dari bab ini.

Variabel acak adalah suatu fungsi yang memetakan setiap anggota Ruang Sampel S ke bilangan Real. Dalam statistika, variable acak disimbolkan dengan huruf-huruf capital misalkan X, Y, Z, dll. Variable acak yang mampu menjalani bilangan bulat adalah Variabel Acak Diskrit, sedangkan variable acak yang mampu menjalani bilangan real adalah Variabel Acak Kontinu. Misalkan X adalah variable acak diskrit maka fungsi kepadatan probabilitas (*probability density function*, **PDF**) dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\boxed{\mathbf{px^{(x)} = P(X = x)}}$$

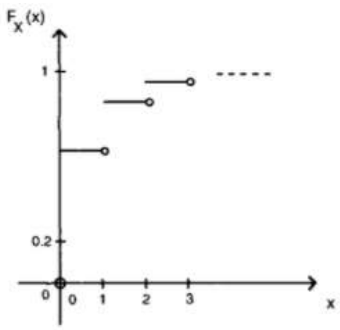
Dengan kata lain, fungsi $\mathbf{px^{(x)}}$ adalah fungsi distribusi probabilitas dari X untuk variable acak diskrit. PDF dari variable acak diskrit X harus memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $0 < p_X(x) < 1$, PDF bernilai nol sampai satu.
2. $\sum_x p_X(x) = 1$ han dari semua PDF dari variable acak diskrit X pada ruang sampel adalah satu.

Misalkan X merupakan variable acak diskrit maka fungsi kepadatan kumulatif (*cumulative density function*, **CDF**) dapat didefinisikan sebagai

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{k=0}^{x} p_X(k)$$

Dengan kata lain, fungsi Fx(x) adalah fungsi distribusi dari X untuk variable acak diskrit. CDF dari variable acak diskrit X diilustrasikan sebagai berikut:



Jika px(x) merupakan PDF dari variable acak diskrit X, maka terdapat relasi antara PDF dan CDF, yaitu:

$$p_X(x) = F_X(x) - F_X(x-1)$$
$$P(X = x) = P(X \leq x) - P(X \leq x-1).$$

Sebagai tambahan, mean dari varian variable acak diskrit masing-masing adalah:

$$\mu = \sum_{x} x . p_X(x)$$

dan

Var(X) =

$$\sigma^2 = \sum_{x} (x - \mu)^2 . p_X(x) .$$

Permutasi

Permutasi adalah penyusunan kembali suatu kumpulan objek dalam urutan yang berbeda dari urutan yang semula. Sebagai contoh, kata-kata dalam kalimat sebelumnya dapat disusun kembali sebagai "*adalah Permutasi suatu urutan yang berbeda urutan yang kumpulan semula objek penyusunan kembali dalam dari.*" Proses mengembalikan objek-objek tersebut pada urutan yang baku (sesuai ketentuan) disebut *sorting*.

Notasi dari permutasi adalah P. Jika r objek diambil dari n objek maka banyaknya susunan yang dapat dibentuk disebut dengan n permutasi r, yang dinotasikan dengan ${}_nP_r$., dimana

$$\boxed{{}_n\mathbf{P}_r = \frac{n!}{(n-r)!}}$$

Notasi ! diartikan sebagai faktorial.

Apabila suatu tindakan berupa pemilihan acak sebanyak r objek dari sebanyak n objek, banyak nya hasil yang mungkin adalah:

n x (n – 1) x (n – 2) x …. x {n – (r – 1)}

Bahwa pada pemilihan pertama, ada n macam hasil yang mungkin, pada pemilihan kedua ada (n – 1), pada pemilihan ketiga ada (n – 2), dan seterus nya, dan pada pemilihan ke r ada {n – (r – 1)} macam hasil yang mungkin. Banyaknya hasil dari pemilihan acak sebanyak r objek dari sebanyak n objek ditulis sebagai **permutasi** r **dari** n,

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n\ x\ (n-1)x....x\ 2\ x\ 1}{(n-r)x\ (n-r-1)x....x\ 2\ x\ 1}$$

$$= n\ x\ (n-1)x\ (n-2)x\ ....\ x\ (n-(r-1))$$

Ilustrasi:

- Banyaknya nomor dengan 4 digit bilangan 0 – 9 yang dapat dibuat, dengan syarat tidak ada nomor yang sama adalah:

$$P_4^{10} = \frac{10\,!}{(\,10-4\,)!} = \frac{10\ x\ 9\ x\ 8\ x....x\ 2\ x1}{6\ x\ 5\ x..........x\ 2x\ 1} = 10\ x\ 9\ x8\ x\ 7 = 5040$$

- Banyak nya hasil yang mungkin apabila memilih tiga orang pelamar dari 10 orang pelamar untuk menempati tiga posisi yang berbeda:

$$P_3^{10} = \frac{10\,!}{(\,10-3\,)!} = \frac{10\ x\ 9\ 8\ x.........x\ 2\ x\ 1}{7\ x6\ x\ 5\ x......x\ 2\ x\ 1} = 10\ x\ 9\ x\ 8 = 720$$

Kombinasi

Kombinasi adalah menggabungkan beberapa objek dari suatu kumpulan tanpa memperhatikan urutannya. Lambing notasi dari kombinasi adalag C. Jika disebutkan n kombinasi r, maka dapat ditulis menjadi ${}^{n}C_{r}$. Rumus kombinasi adalah sebagai berikut;

$$\boxed{{}^{n}\mathbf{C}_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

Kombinasi hanyalah sebuah himpunan bagian dan angka n pada ${}^{n}C_{r}$ katakanlah hanyalah sejumlah hal yang dipertimbangkan. Hal-hal seperti set kartu remi, set pelemparan dadu, set pasangan dadu yang dipesan, dan "set cara melakukan sesuatu" lainnya. Jika himpunan S memiliki n elemen, pada prinsipnya dapat membuat daftar elemennya. Sebagai contoh, dapat ditulis;

$$\boldsymbol{S = \{s_1, s_2, . . . , s_n\}}$$

Kombinasi adalah banyak nya kemungkinan yang dapat terjadi pada dasar seseorang melakukan pengambilan r objek dan n objek yang tersedia tanpa memperhatikan susunannya. Misalnya abc = acb = bac = cab = cba, maka banyaknya hasil yang mungkin adalah:

$$\frac{n\ x\ (n-1\ )x\ (\ n-2)x \ldots x\ (\ n-(r-1))}{r\ x\ (\ r-1)x\ (r-2)x \ldots .\ x\ 2\ x\ 1}$$

$$C_r^n = \frac{n\,!}{r\,!\,(n-r)!}$$

Permutasi dengan Benda yang Berulang

Pada pembahasan permutasi, telah dibahas tentang permutasi yang dimana objeknya semuanya berbeda. Jumlah permutasi dibedakan dari n objek, sehingga n1 adalah dari jenis pertama, n2 adalah dari jenis kedua, ... , dan nk adalah dari jenis ke-k dimana $n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ = n, adalah:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{n1}!\,\boldsymbol{n2}! \ldots \boldsymbol{nk}!}}$$

Sel

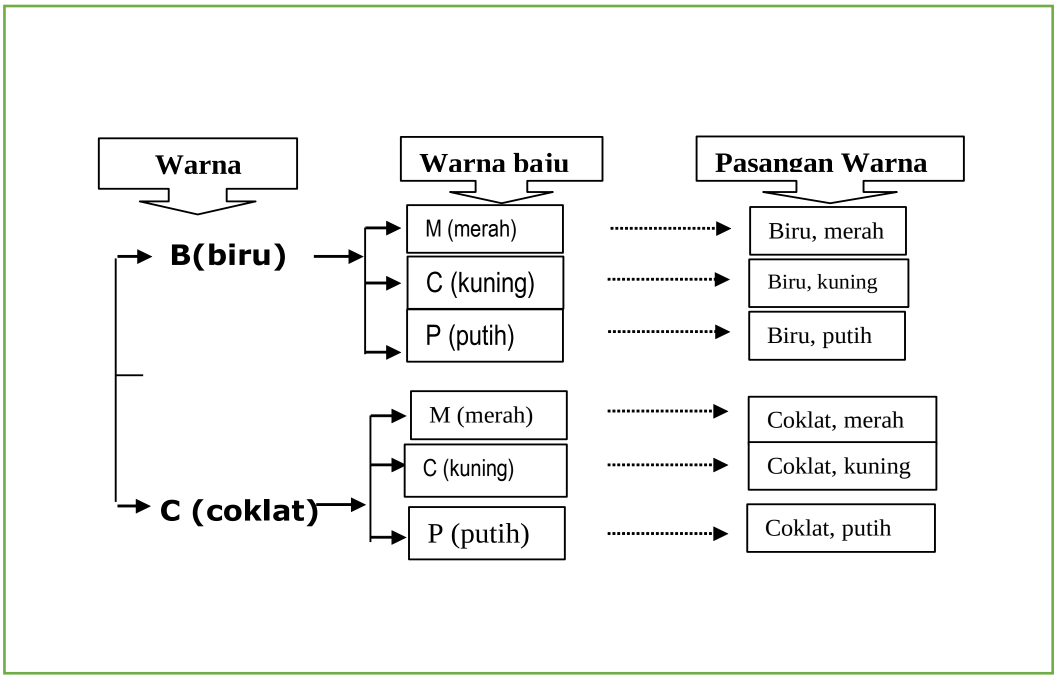
Terkadang, apabila ingin menemukan sejumlah cara dimana objek dapat ditempatkan ke dalam "kompartemen", atau sel. Misalkan n berbeda ditugaskan untuk k memerintahkan sel dengan objek ni di sel I (I = 1,2,...,k) dan urutan dimana objek ditugaskan ke sel i tidak menjadi sebuah masalah. Jumlah semua penugasan tersebut seperti rumus yang telah dituliskan di atas.

Aturan Perkalian

Aturan perkalian bisa digunakan untuk menentukan banyak nya pasangan, perpaduan, rute atau jalur lintasan dan sejenisnya. Ilustrasi mengenai aturan perkalian (prinsip dasar) diperlihatkan dalam tiga cara, yaitu dengan diagram pohon, tabel silang dan pasangan berurut. Misalkan ada kejadian, kejadian 1 menghasilkan n_1 cara, kejadian 2 menghasilkan n_2 cara, dan seterusnya dan kejadian menghasilkan n_k cara, maka banyak nya keseluruhan cara adalah $n_1 . n_2 \ldots\ldots n_k$.

a) Diagram Pohon

Diagram pohon pada dasarnya penggambaran pasangan dengan meniru keadaan suatu pohon, yaitu batang, dahan, dan daun. Misalnya kita mempunyai dua buah celana masing-masing bewarna biru dan coklat serta tiga buah baju masing-masing bewarna merah, kuning dan putih. Berapa banyak pasangan warna celana dan baju yang dapat dikombinasikan?



Dari ilustrasi diatas memerlihatkan bahwa terdapat 6 [(2x3)] = 6 pasangan yang dapat dibentuk dari 2 buah celana dan 3 buah baju.

b) Dengan Tabel Silang

Aturan perkalian yang dibangun dengan table silang adalah memasangkan objek pada baris dan kolom, banyak nya pasangan objek baris dan kolom menunjukkan banyak nya pasangan yang dibentuk

Warna baju / Warna celana	Merah (M	Kuning (K)	Putih (P)
Biru (b)	(b,m)	(b,k)	(b,p)
Coklat (c)	(c,m)	(c,k)	(c,p)

Dari tabel terlihat banyak nya pasangan ada 6 buah.

c) **Dengan Pasangan Terurut**

Misalkan himpunan celana dinyatakan dengan A = biru (b), coklat (c) dan himpunan warna baju dinyatakan dengan B = merah (m), kuning (k), putih (p). himpunan pasangan terurut dari himpunan A dan himpunan B ditulis sebagai:

A x B = {(b,m), (b,k), (b,p), (c,m), (c,k), (c,p)}. Jadi, seluruhnya ada 2 x 3 = 6 cara untuk memilih pasangan warna celana dan baju.

BAB – III
RINGKASAN

Teori probabilitas menyajikan metode-metode yang berkaitan dengan ketidakpastian dan merupakan suatu bagian yang tidak dapat terpisahkan dari proses pengambilan keputusan manajemen. Beberapa konsep dasar dari teori probabilitas adalah sbb:

1) SIFAT PELUANG

a) Batas Peluang $0 \leq P(A) \leq 1$

b) Komplemen peluang dari suatu kejadian adalah $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

2) KEJADIAN TERPISAH DAN TIDAK TERPISAH

a) Kejadian terpisah (Mutually Exclusive Event), artinya dua kejadian tidak mungkin terjadi bersamaan:
$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, $P(A \cap B) = \Phi$

b) Kejadian tidak terpisah (Non mutually Exclusive Event):
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

3) KEJADIAN BEBAS DAN TIDAK BEBAS

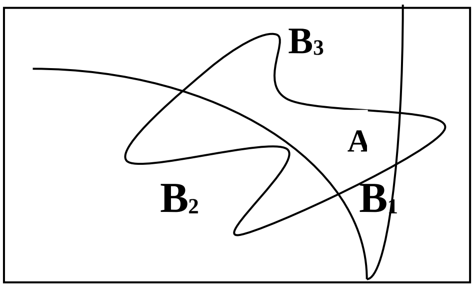
a) Kejadian bebas (Independent Event), artinya kejadian A muncul ataupun tidak muncul tidak akan tergantung pada kejadian B: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

b) Kejadian bersyarat (Conditional Event): $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

4) PELUANG TOTAL

Bila kejadian B_1, B_2, dan $B_3 \neq 0$, maka probabilitas acak bagi A adalah: $P(A) = P(B_1).P(A/B_1) + P(B_2).P(A/B_2) + P(B_3).P(A/B_3)$

5) KAIDAH BAYES



Peluang terjadinya salah satu kejadian Bi (i = 1, 2, dan 3) secara bersama-sama dengan kejadian A, dengan syarat peluang A ≠ 0, maka:

$$P(Bi/A) = \frac{P(Bi).P(A/Bi)}{P(A)}$$

BAB - IV
SOAL-SOAL DAN PENYELESAIAN

1. 15 orang finalis suatu lomba kecantikan akan dipilih secara acak 5 yang terbaik. Banyak cara pemilihan tersebut adalah?

Penyelesaian:

Karena tidak ada aturan atau pengurutan, maka kita menggunakan kombinasi atau kombinatorika.

$$15^{C}5 = \frac{15\,!}{(\,15 - 5)!\,.5!}$$

$$= \frac{10!\ .11\,.12\,.13\,.14\,.15}{10!\ .5!}$$

$$= \frac{11\,.12\,.13.14\,.15}{5\,.4\,.3\,.2\,.1}$$

$$= 3.003$$

2. Kotak I berisi 4 bola merah dan 2 bola putih, kotak II berisi 4 bola hijau dan 6 bola biru. Dari masing- masing kotak diambil 2 bola sekaligus secara acak. Peluang 1 dan 2 bola biru dari kotak II adalah.

Penyelesaian:

peluang 2 bola merah pada kotak I:

$$P\,(A) = \frac{4^{C}2}{6^{C}2}$$

$$= \frac{\frac{4!}{(4-2)!\,.2}}{\frac{6!}{(6-2)!\,.2!}}$$

$$= \frac{\frac{2!\,.3\,.4}{2!\,.2!}}{\frac{4!\,.5.6}{4!\,.2!}}$$

$$= \frac{15}{10}$$

peluang 2 bola bitu pada kotak 1 :

$$P\,(A) = \frac{6^{C}2}{10^{C}2}$$

$$= \frac{\frac{6\,!}{(\,6-2\,)!\,.2}}{\frac{10!}{(\,10-2)!.2!}}$$

$$= \frac{\frac{4!.5.6}{4!\,.2!}}{\frac{8!\,.9\,.10}{8!\,.2!}}$$

$$= \frac{15}{45}$$

3. Peluang pesawat regular berangkat tepat waktu adalah 0,83. Peluang penerbangan mendarat tepat pada waktunya adalah 0,92 dan peluang penerbangan berangkat dan mendarat tepat waktunya adalah 0,78. Hitunglah peluang suatu penerbangan

a. Mendarat tepat waktu bila diketahui pesawat berangkat tepat waktu

b. Berangkat tepat waktu bila diketahui pesawat mendarat tepat waktu.

Penyelesaian:

Misalkan A = kejadian pesawat berangkat tepat waktu, p(A) = 0,83

B = kejadian pesawat mendarat tepat waktu, p(B) = 0,92

P (A ∩ B) = 0,78

a. $P\,(B\mid A) = \frac{P\,(A \cap B)}{P\,(A)} = \frac{0{,}78}{0{,}83} = 0{,}94$

b. $P\,(A\mid B) = \frac{P\,(A \cap B\,)}{P\,(B)} = \frac{0{,}78}{0{,}92} = 0{,}85$

4. Suatu lembaga dengan personil sebanyak 12 orang yang terdiri dari 7 orang wanita dan 5 orang pria, akan dibentuk seebuah delegasi yang beranggota 4 orang. Berapa banyak delegasi yang dapat dibentuk, jika disyaratkan:

a. Setiaporang dari 12 orang mempunyai hak yang sama untuk dipilih sebagai anggota delegasi?

b. Anggota delegasi terdiri atas 2 orang pria dan 2 orang wanita?

Penyelesaian :

a. Memilih 4 orang dari 12 orang yang tersedia merupakan kombinasi 4 unsur yang diambil dari 12 unsur yang tersedia.

$$C_4^{12} = \frac{12!}{4!\,(12-4)} = \frac{12!}{4!\,8!} = 9\ x\ 5\ x\ 11 = 495$$

b. Memilih 2 orang pria 5 orang pria yang tersedia merupakan kombinasi 2 unsur yang diambil dari 5 unsur.

$$C_2^5 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{2!}{2!\,3!} = \frac{1\ x\ 2\ x\ 3\ x\ 4\ x\ 5}{(1\ x\ 2)(\,1x\ 2\ x\ 3)} = 2\ x\ 5 = 10$$

Memilih 2 orang wanita dipilih dari 7 orang wanita yang tersedia merupakan kombinasi 2 unsur yang diambil dari 7 unsur.

$$C_2^7 = \frac{7!}{2!\,(7-2)!} = \frac{7!}{2!\,5!} = \frac{1\ x\ 2\ x\ 3\ x\ 4\ x\ 5\ x\ 6}{(1\ x\ 2)(1\ x\ 2\ x\ 3\ x\ 4\ x\ 5\ )} = 3\ x\ 7 = 21$$

Dengan menggunakan aturan perkalian, banyak delegasi yang terdiri dari 2 orang pria dan 2 orang wanita adalah :

$$C_2^5\ x\ C_2^7 = 10\ x\ 21 = 210$$

Jadi, banyak nya delegasi yang dapat dibentuk yang terdiri dari 2 orang pria dan 2 orang wanita seluruh nya ada 210 cara.

5. Ada sekelompok terdiri dari 3 anak, berapakah peluang muncul lebih dari satu anak laki-laki?

Penyelesaian:

P (2L ∩ 1P) = $\frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}$

$$P\ (3L) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$P\ (> 1L\ ) = \ P\ (\ 2L\ \cap 1P\ ) + \ P\ (3L) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

6. Pada perusahaan ASTER, 20 % karyawan nya dikategorikan sebagai pekerja yang baik jika dipilih 15 karyawan secara acak, berapakah peluang:

a. 4 orang karyawan berkatagori baik?
b. Paling sediikit 2 orang berkatagori baik?
c. Tidak lebih dari 1 orang berkatagori baik?

Penyelesaian:

Karena perusahaan ASTER dalam hal ini digolongkan menjadi baik dan tidak baik, maka distribusi peluang dari karyawan perusahaan ASTER dapat dikategorikan sebagai distribusi peluang Binomial, dimana n = 15, P = 0,2 (peluang karyawan berkatagori baik) dan q = 0,8 (peluang karyawan berkategori tidak baik)

a. Bila X mewakili banyak nya karyawan berkategori baik, maka x = 4

$$\mathrm{P}\ (\ \mathrm{x} = 4) = \frac{15\ !}{4!\ .11!}\ (0{,}2)^4\ (0{,}8)^{11} = 0{,}19$$

b. Dalam kaitan nya dengan pertanyaan b, x ≥ 2.

$$P\ (x\ \geq 2) = 1 - P(x < 2) = 1 - [P(x = 0) + P(x = 1\ )]$$

$$P\ (x = 0) = \frac{15!}{0!\ .15!}\ (0{,}2)^0\ (0{,}8)^{15} = 0{,}035$$

$$P\ (x = 1) = \frac{15!}{1!\ .14!}\ (0{,}2)^1\ (0{,}8)^{14} = 0{,}132$$

Maka P (x ≥ 2) = 1 – (0,035 + 0,132) = 0,833

c. Untuk kasus C, dalam hal ini x ≤ 1

P (x ≤ 1) = P (x = 0) + P (x = 1) = 0,035 + 0,132 = 0,167

7. Seorang Direktur Bank mengatakan bahwa dari 1000 nasabahnya terdapat 150 orang yang tidak puas dengan pelayanan bank. Pada suatu hari kita bertemu dengan salah seorang nasabah. Berapa probabilitasnya bahwa nasabah tersebut tidak puas?

Penyelesaian:

Diketahui: n = 1000; x = 150

Jika A adalah nasabah yang tidak puas, maka:
P(A) = 150 / 1000 = 0.15 atau 15%
Jadi probabilitas bahwa kita bertemu dengan nsabah yang tidak puas adalah 15%.

8. Berapa probabilitas terjualnya saham BCA P(D | A) dan probabilitas saham BCA terjual P(D | A)?

Kegiatan	Perusahaan			Jumlah
	BCA (D)	ABC (E)	CBA (F)	
Jual (A)	30	50	40	120
Beli (B)	40	30	10	80
Jumlah	70	80	50	200

Penyelesaian:

Jumlah transaksi jual adalah 120 dan saham BCA yang dijual ada 30, maka P(D|A) = 30/120 = 0,25

Jumlah transaksi saham BCA ada 70 dan saham BCA yang terjual ada 30, maka P(A|D) = 30/70 = 0,43

Dari nilai diatas terlihat bahwa probabilitas P(D|A) dan P(A|D) bisa berbeda, namun juga bisa sama.

9. Misalkan populasi penduduk di suatu desa dibagi menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut:

Jenis Kelamin	Bekerja	Menganggur	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Diambil seorang dari mereka untuk ditugaskan melakukan promosi barang di suatu kota. Bila ternyata yang terpilih adalah status yang bekerja, berapakah probabilitasnya bahwa dia:

a) Laki-laki
b) Wanita

Penyelesaian:

Misalkan:

A = kejadian terpilihnya sarjana telah bekerja

B = kejadian bahwa dia laki-laki

a). n(A B) = 460, maka P(A B) = 460/900

n(A) = 600, maka P(A) = 600/900

b). B = kejadian bahwa dia wanita dengan cara yang sama

seperti itu maka diperoleh : P(B | A) = $\frac{120}{600} = \frac{7}{30}$

10. Peluang suatu industri akan membangun pabriknya di Bekasi 0.7, peluang membangun pabrik di Bandung 0.4, dan peluang membangun di Bekasi atau Bandung atau kedua duanya 0.8. Berapa peluang pabrik tersebut dibangun?

a. Di kedua kota
b. Tidak disalah satupun keduanya
c.

Penyelesaian:

Misalkan: P(Be) = 0.7; P(Ba) = 0.4

a. P(Be ∩ Ba) = 0.7 + 0.4 – 0.8 = 0.3

b. P(Be ∪ Ba) = 1 – (0.4 + 0.7 – 0.3) = 0.2

11. Berikut adalah kegiatan perdagangan saham di BEJ untuk tiga perusahaan perbankan dengan jumlah total sebanyak 200 transaksi.

Jenis Transaksi	Volume Transaksi
Jumlah Saham (A)	120
Beli Saham (B)	80
Jumlah Total Transaksi	200

Penyelesaian:

Probabilitas Jual = P(A) = $^{120}/_{200} = 0.60$

Probabilitas Beli = P(B) = $^{80}/_{200} = 0.40$

Sehingga Peluang A atau B

12. A club has 20 members. The offices of president, vice president, secretary, and treasure are to be filled, and no member may serve in more than one office. How many different slates of candidates are possible?

Penyelesaian:

$$_{20}P_4 = \frac{20!}{(20-4)!}$$

$$= \frac{20!}{16!}$$

$$= \frac{20.19.18.17.16!}{16!}$$

$$= 20.19.18.17$$

$$= 116.280$$

13. If a club has 15 members, how many different four-member committees are possible?

Penyelesaian:

$$_{15}C_4 = \frac{15!}{4!(15-4)!}$$

$= \frac{15!}{4!11!}$

$= \frac{15.14.13.12.11!}{4.3.2.111!}$

$= 1.365$

14. Given the usual sample space S = {1,2,3,4,5,6} For the rolling of a die, let, E,F and G be the events E = {1,3,5} F = {3,4,5,6} G= {1} Determine each of the following events

a. E′

answer:

Event E′ consist of those sample points in S that are not in E, so

E′ = {2,4,6}

We noted that E′ is the event that an even number appears.

b. (E ∪ F)

answer:

The sample points in E, or F, or Both.

(E ∪ F) = {1,3,4,5,6}

c. (E ∩ F)

answer:

The sample points common to both E and F are 3 and 5

(E ∩ F) = {3,5}

d. (F ∩ G)

answer:

Since F and G have no sample point in common

F ∩ G = ∅

15. From an ordinary deck of 52 playing cards, 2 cards are randomly drawn without replacement. If E is the event that one card is a 2 and the other a 3, find P(E)!

Penyelesaian:

we can disregard the order in which the 2 cards are drawn. As our sample space S, we choose the set of all combinations of the 52 cards taken 2 at a time. Thus, S is equprobable and #(S) = ${}_{52}C_2$. To find #(E), we note that since there are four suites, a 2 can be drawn in four ways and a 3 inn four ways. Hence, a 2 and 3 can be drawn in 4.4 ways,

$$P(E) = \frac{\#(E)}{\#(S)} = \frac{4.4}{52C2} = \frac{16}{1326} = \frac{8}{663}$$

16. A $1000 savings bond in one of the prizes listed on a contest brochure received in the mail. The odds in favor of winning the bond are stated to be 1 : 10.000. what is the probability of winning this prize?

Penyelesaian:

Here a = 1 and b = 10.000. from the preceding rule,

$$P(\text{winning prize}) = \frac{a}{a+b} = \frac{1}{1+10.000} = \frac{1}{10.001}$$

BAB - V

LATIHAN SOAL-SOAL SECARA MANDIRI

1. Sebuah perusahaan memproduksi lampu listrik yang umumnya menghampiri sebaran normal dengan nilai tengah 800jam dan simpangan baku = 40. Ujilah hipotesis bahwa μ = 800jam alternatifnya 800jam. Bila suatu contoh acak 30 lampu menghasilkan umur rata-rata 788 jam, gunakan tarafnyata 4%.

2. Sebuah perusahaan Alat olah raga mengembangkan jenis batang pancingsintetik, yang dikatakan mempunyai kekuatan dengan nilai tengah 8 kilo gram dan simpangan baku 0,5 kg. Ujilah hipotesis bahwa μ = 8kg lawan alternatif $\mu \neq$ 8kg. Bila suatu contoh acak 50 batang pancing sintetik itu, setelah di test memberi kekuatan nilai tengah 7,8kg, gunakan taraf nyata 0,01%

3. Suatu contoh acak 100 catatan kematian di AS selama tahun lalu menunjukkan umur rata-rata 71,8 tahun dengan simpangan baku 8,9 tahun. Apakah ini menunjukkan bahwa harapan umur sekarang ini lebih dari 70 tahun, gunakan taraf nyata 5%.

4. Seorang pemborong menyatakan bahwa 70% rumah-rumah yang baru dibangun di Kota "suka rame" dipasang suatu pompa air. Apakah anda setuju dengan pernyataan tersebut, bila diantara 15 rumah baru yang diambil secara acak terdapat 8 rumah yang menggunakan pompa air, gunakan taraf nyata 10%.

5. Survai dilakukan oleh Market Plus Kota Hastina terhadap 700 responden untuk mengetahui selera konsumen terhadap sabun yang diberi aroma dan tidak beraroma. Berapakah peluang terpilihnya seseorang yang dipilih secara acak tidak menyukai sabun beraroma dengan syarat dia adalah seorang pria?

   Data selera konsumen terhadap sabun:

Jenis Kelamin	Tanpa Aroma	Dengan Aroma	Jumlah
Pria	35	315	350
Wanita	70	280	350
Jumlah	105	595	700

6. ${}_8P_{3r}P_1$ ${}_9C_7$ ${}_{12}C_5$

7. Die and Coin, A die is rolled and then a coin is tossed. a) Determine a sample space for this experiment. Determine the events that (b) a 2 shows and (c) a head and an even number show.

8. Cards, is a card is randomly drawn from a fair deck of 52 cards, find the probability that it is not a face card (a jack, queen, or king), given that it is heart.

9. Chips, A bowl contains six chips numbered from 1 to 6. Two chips are randomly withdrawn with replacement. Let E be the event of getting a 4 the first time and F be the event of getting a 4 the second time.

a) Are E and F mutually exclusive?

b) Are E and F independent?

10. If P(E) = $\frac{1}{4}$, P(F) = $\frac{1}{3}$, and P (E|F) = $\frac{1}{6}$, FIND P(E ∪ F)!

11. Two coins are tossed 700 times, and the result are: Two heads 250 times, One head 325 times, No head 170 times. Find the probability of each event to occur.

12. Consider another example where a pack contains 4 blue, 2 red and 3 black pens. If a pen is drawn at random from the pack, replaced and the process repeated 2 more times, What is the probability of drawing 2 blue pens and 1 black pen?

13. What is the probability of drawing a king and a queen consecutively from a deck of 52 cards, without replacement?

14. Departemen Kepolisian suatu kota melaporkan bahwa tahun 2014 terjadi 10 kasus, 2015 terjadi 8 kasus, dan 2016 terjadi 5 kasus kejahatan. Jika pihak kepolisian akan memilih dua kasus secara acak, tentukan peluang terpilihnya kasus pada tahun 2014.

15. Seorang investor mempunyai 20 ribu $ yang akan diinvestasikan dalam 4 macam proyek. Setiap investasi Dalam satuan ribu $. Jika 20 ribu $ diinvestasikan semuanya, ada berapa kemungkinan cara menginvestasikan? Berapa cara bila tidak semua uang diinvestasikan?

16. Misalkan hasil survei tentang pelanggaran hukum pada kantor pengadilan, melaporkan bahwa terdapat 250 orang dengan kasus pelanggaran hukum. 110 kasus Narkoba, 100 kasus Curanmor dan 40 diantaranya terjerat hukum karena kasus Narkoba dan Curanmor. Jika kita ke kantor pengadilan tsb dan bertemu salah satu dari 250 orang pelanggar hukum tsb, Berapa peluang bahwa orang itu adalah termasuk dalam kasus Narkoba atau Curanmor?

DAFTAR PUSTAKA

Ernest F.Haeussler JR,dkk. 2019. Introductory Mathematical Analysis Fourteenth Edition. Ontario: Pearson Canada Inc.

Gunawan, Imam. 2017. "Pengantar Statistika Inferensial" Depok: Rajawali Pers.

Hasan. 2005. "Pokok –pokok Materi Statistik 2 (Statistik Inferensif). Jakarta: Bumi Aksara.

Kadir. 2017. Statistika Penerapan: Konsep, Contoh dan Analisis Data dengan Program SPSS/Lisrel dalam Penelitian. Depok: Rajawali Pers.

Spiegel, Murray R.& Larry J. Stepehens. 2007. "Teori dan Soal-Soal STATISTIK, Edisi Ketiga". Jakarta:Erlangga.

Susetyo, budi. 2017. Statistika untuk analisis data penelitian. Bandung: PT. refika aditama.

https://fannymp120203090100.wordpress.com/2010/05/12/statistik-teori-peluang/.

https://www.google.com/search?q=diagram+venn+statistika+ekonomi&safe=strict&client=firefox-bd&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjsyeT_54jhAhXj8XMBHUwfDk8Q_AUIDygC&biw=1366&bih=654#imgrc=fqUHCZQT_0gT9M:

http://ssantoso.blogspot.com/2009/03/materi-iii-teori probabilitas-2.html

https://blogmesin46.wordpress.com/2016/04/10/25/

https://www.yuksinau.id/rumus-peluang/

https://www.kompas.com/skola/read/2020/11/25/224701669/aturan-penjumlahan-dan-perkalian-pada-peluang?page=all