MODUL STATISTIKA-II

PENULIS: SAUT PANE

SEMESTER GENAP 2021-2022

PROGRAM STUDI MANAJEMEN
FAKULTAS EKONOMI DAN BISNIS
UNIVERSITAS JAYABAYA
JAKARTA
AUGUSTUS 2022

P R A - K A T A

Modul ini disajikan untuk bahan ajar dalam rangka pengisian BKD di semester genap TA.2021/2022

Modul ini merupakan ringkasan perkuliahan dari beberapa kali pertemuan dengan mahasiswa dan sekaligus hasil karya yang belum sempurna.

Kiranya Modul ini berguna bagi yang mau membaca dan menjadikan referensi.

MODUL - 1

TEORI PELUANG -1

Teori Peluang-I
Statistika

TEORI Peluang

Jika diketahui suatu kejadian A dengan ruangan sampel S, maka peluang kejadian A ditulis P(A), adalah sebagai berikut :

$$\text{P(A)} \ \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\boldsymbol{banyaknya\ cara\ terjadinya\ kejadian\ A}}{\boldsymbol{banyak\ semua\ kemungkinan}}$$

Note : P(A) = 0 tidak berarti kejadian A tidak mungkin terjadi.

Pendekatan Klasik

Pendekatan Klasik

Definisi :

Setiap peristiwa mempunyai kesempatan yang sama untuk terjadi.

$$\textbf{Probabilitas} = \frac{\boldsymbol{Jumlah\ kemungkinan\ hasil}}{\boldsymbol{Jumlah\ total\ kemungkinan\ hasil}}$$

Pendekatan Relatif

Pendekatan Relatif

Definisi :

Probabbabilitas suatu kejadian tidak dianggap sama, tergantung dari berapa banyak suatu kejadian terjadi.

Probabilitas = $$\frac{\boldsymbol{Jumlah\ peristiwa\ yang\ terjadi}}{\boldsymbol{Jumlah\ total\ percobaan}}$$

Pendekatan Subjektif

Pendekatan Subjektif

Definisi :

Probabilitas suatu kejadian didasarkan pada penilaian pribadi yang dinyatakan dalam suatu derajat kepercayaan

Ruang Sampel

kejadian. Ruang Sampel suatu percobaan dapat

Batas-Batas Nilai Peluang dan Frekuensi Harapan

Batas Nilai Peluang

$$0 \le P(A) \le 1$$

Nilai P(A) = 0 disebut peluang kejadian A yang mustahil atau peluang kemustahilan.
Nilai P(A) = 1 disebut peluang kejadian A yang pasti atau peluang kepastian.

$$P(A) + P(A') = 1$$

Jika A adalah suatu kejadian yang terjadi, dan A’ adalah suatu kejadian dimana A tidak terjadi

Frekuensi Harapan (fh)

Dari suatu kejadian adalah banyaknya kemunculan kejadian yang dimaksud dalam beberapa kali percobaan.
Atau dirumuskan seperti :

Fh Kejadian A = P(A) x (n) banyaknya percobaan

Aturan Penjumlahan

Teorema I

Jika A dan B dua kejadian sembarang maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Akibat

Jika A dan B kejadian yang terpisah maka

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Akibat

Jika $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ saling terpisah maka

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \ldots + P(A_n)$

Akibat

Jika $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ merupakan suatu sekatan ruang

Aturan Perkalian

Teorema 1

Bila A dan B dapat terjadi dalam percobaan maka

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B|A)$

Aturan Perkalian Khusus

Teorema 2

A dan B bebas jika dan hanya jika, $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Teorema 3

Bila kejadian $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$ dapat terjadi maka :

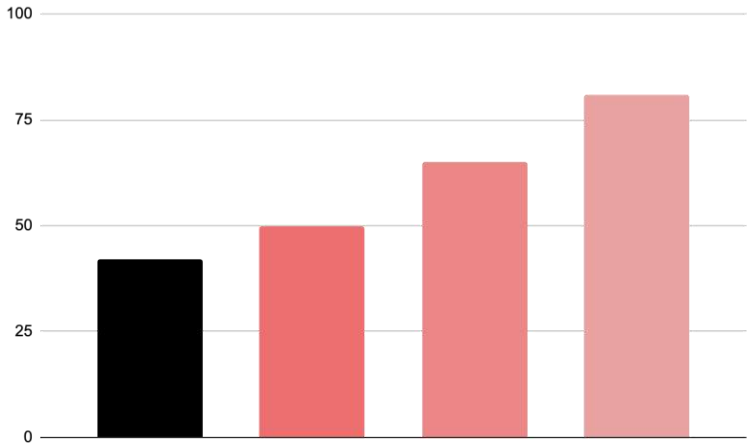
$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_k)$

$= P(A_1)\,P(A_2|A_1)\,P(A_3|A_1 \cap A_2)\ \ldots\ P(A_k|(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{k-1})$

Bila $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$ saling bebas maka :

$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_k) = P(A_1)\,P(A_2)\,P(A_3) \ldots P(A_k)$

Peluang Kejadian Independen



Dua kejadian A dan B dikatakan kejadian independen (saling bebas) jika kejadian A tidak memengaruhi peluang terjadinya B, dan sebaliknya.
Jika A dan B merupakan kejadian independen, maka :

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A) \times P(B)}$$

Peluang Bersyarat

Dua kejadian A dan B dikatakan bersyarat jika kejadian A dan B dapat terjadi secara bersama-sama. Munculnya kejadian A memepengaruhi peluang terjadinya kejadian B, dan sebaliknya.

Jika A dan B dua kejadian bersyarat, maka :

1) Peluang kejadian A dengan syarat kejadian B terjadi terlebih dahulu ditentukan dengan aturan :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \; \textit{dengan}\; P(B) \neq 0$$

2) Peluang kejadian B dengan syarat kejadian A terjadi terlebih dahulu ditentukan dengan aturan :

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \; \textit{dengan}\; P(A) \neq 0$$

Contoh Soal

1) Peluang seorang mahasiswa lulus Statistika $\frac{2}{3}$ dan peluang lulus Manajemen Pemasaran $\frac{4}{9}$. Bila peluang lulus kedua mata kuliah $\frac{1}{4}$, Berapakah peluang lulus paling sedikit satu mata kuliah?

Jawaban :

$P(S) = \frac{2}{3}$

$P(P) = \frac{4}{9}$

$P(S \cap P) = \frac{1}{4}$

$P(S \cup P) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{24 + 16 - 9}{36} = \frac{31}{36}$

2) Satu buah koin di lempar sebanyak 3 kali, maka dari itu ruang sampel beserta banyaknya sampel dari percobaan pelemparan koin tersebut?

Jawaban :

Kemungkinan:

Koin ke-1 : A A A G A G G G

Koin ke-2 : A A G A G A G G

Koin ke-3 : A G A A G G A G

Maka; S = {(AAA), (AAG), (AGA), (GAA), (AGG), (GAG), (GGA), (GGG)}

n(S) = 8

3) Peluang sebuah kendaraan berplat L lewat jagorawi 0.12, peluang kendaraan truk 0.28, peluang truk itu berplat 0,09. Berapa peluang :

a. Sebuah truk yang lewat jagorawi berplat L

b. Sebuah kendaraan berplat L yang lewat jagorawi adalah sebuah truk

Jawaban :

P(L) = 0,12

P(T) = 0,28

P(T∩L) = 0,09

a. $P(T|L) = \frac{P(T \cap L)}{P(L)} = \frac{0,09}{0,12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

b. $P(L|T) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)} = \frac{0,09}{0,28} = \frac{9}{28}$

4) Diberikan populasi sarjana disuatu kota yang dibagi menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut :

	Bekerja	Menganggur	Jumlah
Laki-Laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Misalnya diambil seorang dari mereka untuk ditugaskan melakukan promosi barang dikota tersebut. Bila ternyata yang terpilih adalah orang yang telah bekerja, berapakah probabilitasnya bahwa diaLaki-lakiWanita

Jawaban :

Misalkan A = kejadian terpilihnya sarjana yang telah bekerja

B = kejadian bahwa dia laki-laki

C = kejadian bahwa dia wanitan

a. n(A n B) = 460, P(A n B) = 460/900

n(A) = 600, P(A) = 600/900

P(B / A) = P(A n B) / P(A) = (460/900) / (600/900) = 460/600

b. n (A n C) = 460, P(A n C) = 140/900

n(A) = 600, P(A) = 600/900

P(C / A) = P(A n C) / P(A) = (140/900) / (600/900) = 140/600

5) Dalam permainan dadu, disepakati aturan bahwa kita menang jika keluar angka 1 atau 2, serta kalah jika keluar angka lainnya. Berapa peluang kita menang dan peluang kita jika keluar angka lainnya. Berapa peluang kita menang dan peluang kita kalah?

Jawaban :

P(menang) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

P(kalah) = $\frac{4}{6}$ = $\frac{2}{3}$

6) Sebuah dadu bermata enam dilempar sebanyak 120 kali. Berapa harapan akan muncul mata dadu 6?

Jawaban :

Fh muncul mata dadu 6 = P(mata 6) x 120 kali

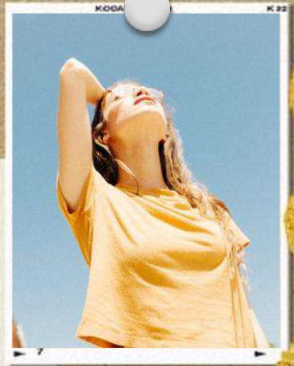
$= \frac{1}{6}$ x 120 kali

= 20 kali

MODUL - 2

TEORI PELUANG -2

Teorema Bayes & Permutasi / Kombinasi



teorema Bayes adalah sebuah teorema dengan dua penafsiran berbeda. Dalam penafsiran Bayes, teorema ini menyatakan seberapa jauh derajat kepercayaan subjektif harus berubah secara rasional ketika ada petunjuk baru.

Rumus Teorema Bayes

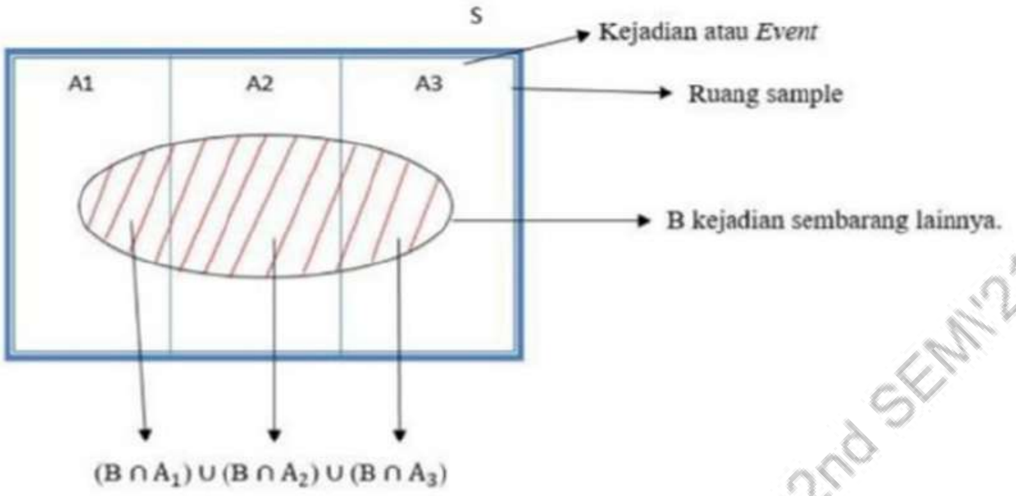
Teorema Bayes, diambil dari nama Rev. Thomas Bayes, menggambarkan hubungan antara peluang bersyarat dari dua kejadian A dan B sebagai berikut:

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)\, P(A)}{P(B)}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(B \mid A)\, P(A)}{P(B \mid A)\, P(A) + P(A \mid B)\, P(B)}$$

Teorema Bayes

Misalkan A1,A2,A3 merupakan kejadian saling lepas dalam ruang sampel S.Karena (B∩ A1),(B ∩ A2),(B ∩ A3) adalah kejadian saling lepas,sehingga kita dapat menuliskan: P(B) = P(B ∩ A1) + P(B ∩ A2) + P(B ∩ A3)..............(1)



Teorema Bayes

Jika P(B $\cap$A1) adalah sama dengan probabilitas bersyarat atau conditional probability,maka kita dapat menuliskan masing-masing dalam tern conditional probability:

P(B $\cap$A1) = P(B/A1. P(A1)
P(B $\cap$A2) = P(B/A2. P(A2)
P(B $\cap$A3) = P(B/A3. P(A3)
P(B $\cap$A4) = P(B/A4. P(An)……………………………….(2)

Dengan memasukkan persamaan (2) ke persamaan (1),maka diperoleh:

P(B) = P(B $\cap$A1) + P(B $\cap$A2 + P(B $\cap$A3)
P(B) = P(B/A1) . P((A1) + P(B/A2) . P(A2) +P(B/A3)

= ∑ 〖=1〗 P(B/Ai) . P(Ai)…………………………………..(3)

Teorema Bayes

Persamaan Probability.Karena $P(A \cap B) = P(B \cap A)$,dengan meminjam kembali persamaan (3) maka kita memperoleh probabilitas kejadian Ai dengan syarat kejadian B:

$$P(A_1/B) = \frac{P(B \cap A_1)}{P(B)} = \frac{P(B/A_1) \,.\, P(A_1)}{\sum P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}$$

$$P(A_2/B) = \frac{P(B \cap A_2)}{P(B)} = \frac{P(B/A_2) \,.\, P(A_2)}{\sum P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}$$

$$P(A_3/B) = \frac{P(B \cap A_3)}{P(B)} = \frac{P(B/A_3) \,.\, P(A_3)}{\sum P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}$$

$$P(A_i/B) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}{\sum P(B/A_i) \,.\, P(A_i)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Dimana i = 1, 2, 3,....., n. Maka kejadian bersyarat (A_i/B) dapat dituliskan menjadi:

$$\boxed{P(A_i/B) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}{\sum P(B/A_i) \,.\, P(A_i)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Teorema Bayes

Dimana I = 1,2,3,…………… n. maka kejadian bersyarat (Ai/b) dapat dituliskan menjadi :

$$P(A_i/B) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B/A_i)\,.\,P(A_i)}{\sum P(B/A_i)\,.\,P(A_i)} \quad \text{.......................(5)}$$

Persaman (5) disebut dengan rumus bayes atau dikenal oula dengan sebutan Bayesian Decision Theory.
Rumus bayes digunakan menghitung probabilitas kejadian sepesifik bebas lainnya,P(Ai/B).

Pengertian Permutasi

Permutasi adalah suatu susunan yang dibentuk dari suatu kumpulan benda yang diambil sebagian atau seluruhnya dengan memperhatikan urutan. Hal yang perlu diperhatikan dalam permutasi adalah bahwa obyekobyek yang ada harus dapat “dibedakan” antara yang satu dengan yang lain.

Macam-macam Permutasi

1. Permutasi Pengulangan
jika unsur yang berbeda diambil n unsur, maka banyaknya susunan (permutasi) yang berbeda dari n unsur tersebut adalah P(n,n)=n! Atau nPn=n!

2. Permutasi tanpa Pengulangan
untuk semua bilangan positif n dan r, dengan r≤n, banyaknya permutasi dari n objek yang diambil r objek pada satu waktu adalah: P(n,r)=nPr=$\boldsymbol{Pnr}$ =

$\boldsymbol{n}!\ (\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r})!$

Macam-macam Permutasi

3. Permutasi Unsur Sama
misalkan kita mempunyai n unsur dan ada k unsur yang masing-masing muncul q1, …, qk kali.
Permutasi n unsur tersebut adalah $\boldsymbol{P}$ =
$\boldsymbol{n}!\ \boldsymbol{q1}!\ldots\boldsymbol{qk}!$

4. Permutasi Siklis V
permutasi siklis adalah permutasi melingkar (urutan melingkar) nPsiklis = (n-1)!

Pengertian Kombinasi

Kombinasi adalah suatu pilihan dari unsur-unsur yang ada tanpa memperhatikan urutannya. Banyaknya kombinasi k unsur dari n unsur dinyatakan dengan :

$$_{n}C_{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$_{n}C_{r}$ = jumlah kombinasi

n = jumlah total objek dalam kumpulan

r = jumlah objek yang dipilih dari kumpulan

Contoh Soal Teorema Bayes

1. Sebuah Perusahaan pembuat handphone local akan enggunakan 100 baterai yang dipasok oleh perusahaan A,B,dan C . Berdasarkan pengalaman divisi Quality control,terdapat probabilitas baterai rusak untuk masing-masing pemasok adalah 0,03, 0,02, dan 0,05.Carilah probabilitas ditemukan baterai rusak dari pemasok A,B,dan C. Mana yang paling besar jika masing-masing pabrik memproduksi 20,35, dan 45 baterai ?

Contoh Soal Teorema Bayes

Pembahasan

$P(A1) = \frac{20}{100} = 0{,}2$

$P(R/_{A1}) = 0{,}03$

$P(A2) = \frac{35}{100} = 0{,}35$

$P(R/_{A2}) = 0{,}02$

$P(A3) = \frac{45}{100} = 0{,}45$

$P(R/_{A3}) = 0{,}05$

Probabilitas baterai rusak dari masing-masing pemasok:

$P(R) \quad = \sum_{i:1}^{3} P(A1) \,.\, P(R/_{Ai})$

$\qquad = [(0{,}2 \,.\, 0{,}03) + (0{,}03 \,.\, 0{,}02) + (0{,}45 \,.\, 0{,}05)] = 0{,}0291$

$P(R/_{A1}) = \frac{P(A1) \,.\, P(R/_{A1})}{\sum P(Ai) - P(R/_{Ai})} = \frac{0{,}2 \,.\, 0{,}03}{0{,}0291} = 0{,}2061$

$P(R/_{A2}) = \frac{P(A2) \,.\, P(R/_{A2})}{\sum P(Ai) - P(R/_{Ai})} = \frac{0{,}35 \,.\, 0{,}02}{0{,}0291} = 0{,}2045$

$P(R/_{A3}) = \frac{P(A3) \,.\, P(R/_{A3})}{\sum P(Ai) - P(R/_{Ai})} = \frac{0{,}45 \,.\, 0{,}05}{0{,}0291} = 0{,}7731$

Jadi probabilitas ditemukan baterai rusak terbesar adalah dari pabrik 3.

Contoh Soal Teorema Bayes

2. Diketahui P(A)=0,4; P(B)=0,3; P(B|A)=0,65. Berapakah nilai dari P(A|B)?

Pembahasan:
Diketahui P(A)=0,4; P(B)=0,3; P(B|A)=0,65.
Sehingga, P(A|B) adalah sebagai berikut:

P(A|B) = $\frac{P\ (B|A)\ (A)}{P\ (B)}$

Contoh soal Teorema Bayes

$$= \frac{(0{,}65)(\ 0{,}4)}{0{,}3}$$

$$= \frac{13}{15}$$

Contoh Soal Permutasi / Kombinasi

3. Seorang pedagang akan menjual dagangannya yang terdiri dari 5 produk yang akan dicalonkan menjadi produk utama. Namun hanya 3 produk boleh menjadi produk utama. Tentukan banyak cara yang bisa dipakai untuk memilih produk utama?

Pembahasan

Diketahui : n = 5, menyatakan jumlah produk yang akan dicalonkan r = 3, menyatakan jumlah produk yang boleh menjadi produk utama. P(5,3)=

Contoh Soal Permutasi

$$P(5,3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5.4.3.\cancel{2!}}{\cancel{2!}} = 60$$

Contoh Soal Permutasi

4. Nilai permutasi dari P(7,2) adalah.....

$$P(7,2) = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7.6.\cancel{5.4.3.2.1}}{\cancel{5.4.3.2.1}} = 42$$

Contoh Soal Kombinasi

5. Dari 10 orang siswa akan dipilih 4 siswa untuk mengikuti jambore pramuka. Banyak cara memilih siswa tersebut adalah…

Pada soal ini diketahui : n = 10 k = 4

Contoh soal kombinasi

$$C\ (10,4) = \frac{10!}{4!(10-4)!}$$

$$C\ (10,4) = \frac{10x9x8x7x6x5x4x3x2x1}{(4x3x2x1)(6x5x4x3x2x1)}$$

$$C\ (10,4) = 210$$

Contoh Soal Kombinasi

6. C(12, 3) = …
Pembahasan : n= 12 k = 3

C (12,3) = $\frac{12!}{3!\,.(12-3)!} = \frac{12!}{3!\,.9!}$

C (12,3) = $\frac{12x11x10x9x8x7x6x5x4x3x2x1}{(3x2x1)(9x8x7x6x5x4x3x2x1)}$

C (12,3) = 220

Contoh Soal Tabel Permutasi & Kombinasi

7. Bila dari { a, b, c, d } diambil 3 obyek, maka banyaknya Permutasi dan kombinasi adalah...

Pembahasan :

Kombinasi	Permutasi					
abc	abc	acb	bac	bca	cab	cba
abd	abd	adb	bad	bda	dab	dba
acd	acd	adc	cad	cda	dac	dca
bcd	bcd	bdc	cbd	cdb	dbc	dcb
Jumlah: 4	Jumlah: 4x6 = 24					

P3 = 4! / (4 – 3) ! = 4 × 3 × 2 × 1 / 1! = 24

C3 = 4! / 3! (4 – 3) ! = 4 × 3 × 2 × 1 / 3! 1! = 4

Latihan Soal Teorema Bayes

1. Suatu perusahaan besar menggunakan 3 hotel sebagai tempat menginap para langganannya. Dari pengalaman yang lalu diketahui bahwa 20% langganannya ditempatkan di Hotel I, 50% di Hotel B, dan 30% di Hotel S. Bila 5% kamar mandi di Hotel I tidak berfungsi dengan baik, 4% di Hotel B, dan 8% di Hotel S, berapa peluang bahwa,

a) Seorang langganan mendapat kamar yang kamar mandinya tidak baik?

B) Seseorang yang mendapat kamar mandi yang tidak baik ditempatkan di Hotel S?

2. Suatu mata kuliah teori probabilitas diikuti oleh 50 mahasiswa tahun ke 1, 15 mahasiswa tahun ke 2 dan 10 mahasiswa tahun ke 3. Diketauhi mahasiswa yang mendapatkan nilai A adalah 10 orang dari mahsiswa tahun ke 1, 8 orang dari mahasiswa tahun ke 2 dan 5 orang mahasiswa tahun ke 3. Bila seorang mahasiswa dipilih secara acak ,berapakah peluang dia:

Latihan Soal Teorema Bayes

a. Mendapatkan nilai A

b. Mahasiswa tahun ke 1 bila diketauhi dia mendapatkan A

3. Seorang penjual tahu dan tempe memiliki peluang untung menjual tahu adalah 0,6. Jika setelah ia menjual tahu, maka peluang untung penjualan tempe adalah 0,8. Hitung peluang keuntungan penjual tahu dan tempe tersebut.

4. Misalkan terdapat 3 kotak yang sama ukurannya dan masing-masing berisi 2 bola.Bolanya sama,hanya warnanya berlainan.Kotak pertama berisi 2 bola merah (2M),kotak kedua berisi 1 merah dan 1 putih (1M,1P) yang ketiga 2 putih (2P).Jika diketahui bola yang terambil merah,berapakah probalitas bahwa bola tersebut berasal dari kotak pertama?

5. Diterima tidaknya suatu usul pembuatan aplikasi system baru di suatu perusahaan tergantung kepada hasil pemilihan 4 calon konsultan yang menawarkan aplikasi,yaitu calon A1,A2,A3,dan A4.

Latihan soal Teorema bayes

Masing-masing mempunyai probabilitas untuk terpilih : $p(A1)= 0{,}30$, $p(A2)= 0{,}20$, $p(A3) = 0{,}40$ dan $p(A4)= 0{,}10$. Jika calon yang terpilih A1,A2,A3,A4,

Maka probabilitas bahwa proyek tersebut akan disetujui oleh para calon masing-masing sebesar : $p(B|A1)= 0{,}35$, $p(B|A2)= 0{,}85$, $p(B|A3)=0{,}45$, DAN $P(B|A4)=0{,}15$

Ditanya:

1. Berapa besarnya $p(B)$?
2. Jadi usul proyek diterima, berapa probabilitas bahwa calon kedua yang terpilih.

Latihan Soal Permutasi dan kombinasi

6. Seorang satpam bank ingin mencetak nomor antrian nasabah yang terdiri dari tiga angka. Jika nomor antrian tersebut tidak memuat angka yang sama yang dibentuk dari angka 0, 1, 2, 3. Banyak pilihan nomor antrian yang dapat dibuat adalah…

7. Seorang peternak akan membeli 3 ekor ayam dan 2 ekor kambing dari seorang pedagang yang memiliki 6 ekor ayam dan 4 ekor kambing. Dengan berapa cara peternak tersebut dapat memilih ternak-ternak yang di inginkannya?

8. Sebuah perusahaan membutuhkan karyawan yg terdiri dari 5 putra dan 3 putri. Jika terdapat 15 pelamar, 9 diantaranya putra. Tentukan banyaknya cara menyeleksi karyawan!

9. Sebuah toko elektronik akan menjual 5 jenis TV. Banyak cara membuat daftar harga TV adalah.

10. Dalam mengadakan suatu pemilihan dengan menggunakan obyek 4 orang pedagang kaki lima untuk diwawancarai, maka untuk memilih 3 orang untuk satu kelompok. Ada berapa cara kita dapat menyusunnya?

MODUL - 3

TEORI DISTRIBUSI PELUANG

Teori Distribusi Peluang Binomial dan Poisson

Binomial

BI dalam kata **BINOMIAL** berarti dua. Hal ini merujuk ke setiap kali percobaan atau kesempatan, hasil yang MUNGKIN muncul hanya ada dua.

Percobaan Binomial

Percobaan binomial adalah percobaan yang mempunyai ciri-ciri sebagai berikut :

- Percobaan diulang n kali.
- Hasil setiap ulangan hanya dapat dikategorikan ke dalam 2. kelas. Misal BERHASIL ATAU GAGAL (YA atau TIDAK; SUCCESS or FAILED).
- Peluang keberhasilan = p dan dalam setiap ulangan nilai p tidak berubah. Peluang gagal= q= 1-p.
- Setiap ulangan bersifat bebas satu dengan yang lain.

Definisi Distribusi Peluang Binomial:

$b(x; n, p) = C_x^n p^x q^{n-x} \quad untuk\ x = 0,1,2,3, \dots \dots, n$

n= banyaknya ulangan

x= banyak keberhasilan dalam peubah acak X

p= peluang berhasil pada setiap ulangan

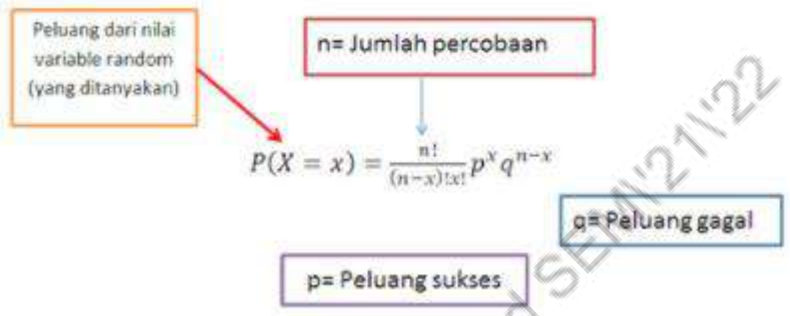
q= peluang gagal = 1-p pada setiap ulangan

02

Rumus Binomial

Rumus–Rumus Binomial

$$P(X) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}$$



Rata-rata dan Ragam Distribusi Binomial b(x;n,p)adalah:

$$Rata - rata\, \mu = np$$

$$Ragam\, \sigma^2 = npq$$

n= ukuran populasi

p= peluang keberhasilan setiap ulangan

q= 1-p= peluang gagal setiap ulangan

Poisson

Distribusi poisson merupakan suatu distribusi untuk peristiwa yang probabilitas kejadiannya kecil, dimana kejadian tergantung pada selang waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu dengan hasil pengamatan berupa variabel diskrit dan antar variabel prediktor saling independen.

Percobaan Poisson

Percobaan Poisson memiliki ciri-ciri sebagai berikut :

- Hasil percobaan pada selang waktu dan tempat tidak tergantung dari hasil percobaan di selang waktu dan tempat yang lain yang terpisah
- Peluang terjadinya suatu hasil percobaan sebanding dengan panjang selang waktu dan luas tempat percobaan terjadi. Hal ini berlaku hanya untuk selang waktu yang singkat dan luas daerah yang sempit.
- Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan

Definisi Distribusi Peluang Poisson:

$$Poisson\ (x;\mu) = \frac{e^{-\mu} . \mu^{\mu}}{\mu!} \qquad P(x) = \frac{e^{-\lambda} . \lambda^{x}}{x!}$$

e= bilangan pokok log natural= 2,71828

x= banyaknya unsur BERHASIL dalam sampelμ= rata-rata

keberhasilan

04

Rumus Poisson

04

Tabel Peluang Poisson

Distribusi Poisson

Distribusi Poisson, parameter λ dengan notasi $X \sim Poi(\lambda t)$

- F.m.p / p.d.f

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda t}\lambda t^{x}}{x!}$$

- Rataan : $E(X) = \mu_x = \lambda t$
- Varian : $Var(X) = \sigma_x^2 = \lambda t$

Probabilitas Proses Poisson

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!}$$

Probabilitas Poisson Kumulatif

$$\begin{aligned} PPK &= \sum_{x=0}^{n} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} \\ &= \sum_{x=0}^{n} P(X = x) \\ &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + \cdots + P(X = n) \end{aligned}$$

Pendekatan Distribusi Poisson terhadap Distribusi Binomial

Distribusi Poisson dapat dikatakan sebagai bentuk limitnya **distribusi binomial** di mana
nilai $p \to 0p \to 0$ untuk $n \to \infty n \to \infty$ dengan $npnp$ tetap atau tidak berubah. Arti praktis dari $p \to 0p \to 0$ untuk $n \to \infty n \to \infty$ yaitu bahwa untuk nn cukup besar maka nilai pp menjadi kecil.
Yang dimaksud kecil di sini yaitu untuk nilai $p<0,05p<0,05$. Dalam praktek jika $P<3\%P<3\%$ dan $n \geq 40n \geq 40$ maka pendekatan Poisson untuk binomial cukup memadai. Bila nn besar dan pp dekat dengan nol, maka distribusi Poisson dapat digunakan untuk menghampiri distribusi binomial dengan $\mu=np\mu=np$.

Distribusi

$$b(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$= \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= \frac{n(n-1)\dots(n-x+1)}{x!} p^x (1-p)^{n-x}$$

Masukkan p=μ/np=μ/n, maka diperoleh :

$$b(x;n,p) = \frac{n(n-1)\ldots(n-x+1)}{x!}\left(\frac{\mu}{n}\right)^x\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{n-x}$$

$$= 1\left(1-\frac{1}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{x-1}{n}\right)\frac{\mu^x}{x!}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^n\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x}$$

Bila n⟶∞n⟶∞ sementara xx dan μμ tetap, maka :

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)\ldots\left(1-\frac{x-1}{n}\right) = 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^{-x} = 1$$

Definisi bilangan ee,

$$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\mu}{n}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{(-n/\mu)}\right)^{-n/\mu}\right]^{-\mu} = e^{-\mu}$$

Dengan syarat limit di atas

$$b(x;n,p) \to \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

Table poisson

Table poisson

The table below gives the probability of that a Poisson random variable X with mean = l is less than or equal to x. That is, the table gives

$$P(X \leq x) = \sum_{r=0}^{x} \lambda^r \frac{e^{-\lambda}}{r!}$$

λ=	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
x= 0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679	0.3012	0.2466	0.2019	0.1653
1	0.9953	0.9825	0.9631	0.9384	0.9098	0.8781	0.8442	0.8088	0.7725	0.7358	0.6626	0.5918	0.5249	0.4628
2	0.9998	0.9989	0.9964	0.9921	0.9856	0.9769	0.9659	0.9526	0.9371	0.9197	0.8795	0.8335	0.7834	0.7306
3	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9982	0.9966	0.9942	0.9909	0.9865	0.9810	0.9662	0.9463	0.9212	0.8913
4	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9986	0.9977	0.9963	0.9923	0.9857	0.9763	0.9636
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9994	0.9985	0.9968	0.9940	0.9896
6	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994	0.9987	0.9974
7	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9994
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

λ=	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.5	5.0	5.5
x= 0	0.1353	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183	0.0111	0.0067	0.0041
1	0.4060	0.3546	0.3084	0.2674	0.2311	0.1991	0.1712	0.1468	0.1257	0.1074	0.0916	0.0611	0.0404	0.0266
2	0.6767	0.6227	0.5697	0.5184	0.4695	0.4232	0.3799	0.3397	0.3027	0.2689	0.2381	0.1736	0.1247	0.0884
3	0.8571	0.8194	0.7787	0.7360	0.6919	0.6472	0.6025	0.5584	0.5152	0.4735	0.4335	0.3423	0.2650	0.2017
4	0.9473	0.9275	0.9041	0.8774	0.8477	0.8153	0.7806	0.7442	0.7064	0.6678	0.6288	0.5321	0.4405	0.3575
5	0.9834	0.9751	0.9643	0.9510	0.9349	0.9161	0.8946	0.8705	0.8441	0.8156	0.7851	0.7029	0.6160	0.5289
6	0.9955	0.9925	0.9884	0.9828	0.9756	0.9665	0.9554	0.9421	0.9267	0.9091	0.8893	0.8311	0.7622	0.6860
7	0.9989	0.9980	0.9967	0.9947	0.9919	0.9881	0.9832	0.9769	0.9692	0.9599	0.9489	0.9134	0.8666	0.8095
8	0.9998	0.9995	0.9991	0.9985	0.9976	0.9962	0.9943	0.9917	0.9883	0.9840	0.9786	0.9597	0.9319	0.8944
9	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9989	0.9982	0.9973	0.9960	0.9942	0.9919	0.9829	0.9682	0.9462
10	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9997	0.9995	0.9992	0.9987	0.9981	0.9972	0.9933	0.9863	0.9747
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9996	0.9994	0.9991	0.9976	0.9945	0.9890
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9998	0.9997	0.9992	0.9980	0.9955
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9983
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9994
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

$\lambda=$	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0	9.5	10.0	11.0	10.0	12.0	14.0	15.0
$x=$ 0	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
1	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	0.0008	0.0005	0.0002	0.0005	0.0001	0.0000	0.0000
2	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042	0.0028	0.0012	0.0028	0.0005	0.0001	0.0000
3	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149	0.0103	0.0049	0.0103	0.0023	0.0005	0.0002
4	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403	0.0293	0.0151	0.0293	0.0076	0.0018	0.0009
5	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885	0.0671	0.0375	0.0671	0.0203	0.0055	0.0028
6	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649	0.1301	0.0786	0.1301	0.0458	0.0142	0.0076
7	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687	0.2202	0.1432	0.2202	0.0895	0.0316	0.0180
8	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918	0.3328	0.2320	0.3328	0.1550	0.0621	0.0374
9	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218	0.4579	0.3405	0.4579	0.2424	0.1094	0.0699
10	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.7060	0.6453	0.5830	0.4599	0.5830	0.3472	0.1757	0.1185
11	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.8030	0.7520	0.6968	0.5793	0.6968	0.4616	0.2600	0.1848
12	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364	0.7916	0.6887	0.7916	0.5760	0.3585	0.2676
13	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981	0.8645	0.7813	0.8645	0.6815	0.4644	0.3632
14	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400	0.9165	0.8540	0.9165	0.7720	0.5704	0.4657
15	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665	0.9513	0.9074	0.9513	0.8444	0.6694	0.5681
16	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823	0.9730	0.9441	0.9730	0.8987	0.7559	0.6641
17	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911	0.9857	0.9678	0.9857	0.9370	0.8272	0.7489
18	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9957	0.9928	0.9823	0.9928	0.9626	0.8826	0.8195
19	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9989	0.9980	0.9965	0.9907	0.9965	0.9787	0.9235	0.8752
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984	0.9953	0.9984	0.9884	0.9521	0.9170
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993	0.9977	0.9993	0.9939	0.9712	0.9469
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9990	0.9997	0.9970	0.9833	0.9673
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9995	0.9999	0.9985	0.9907	0.9805
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	1.0000	0.9993	0.9950	0.9888
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	1.0000	0.9997	0.9974	0.9938
26	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9987	0.9967
27	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9994	0.9983
28	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9991
29	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9996
30	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
31	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

05 Contoh Soal

05

SOAL MATERI BINOMIAL

3. Misalkan kita mempunyai satu buah koin yang terdiri atas dua sisi, depan dan belakang. Misalkan kita mengundi sebanyak 10 kali. Pada undian pertama, kemungkinan hasilnya hanya sisi depan atau sisi belakang. Pada undian kedua, kemungkinan hasilnya hanya sisi depan atau sisi belakang. Demikian seterusnya. Setiap kali mengundi, kemungkinan hasilnya sama, hanya dua yaitu sisi depan atau sisi belakang. Dari sepuluh kali percobaan, berapa peluang sisi depan muncul sebanyak dua kali?

Diketahui:

Jumlah percobaan = n = 10, Peluang sukses = peluang munculnya sisi depan dalam setiap percobaan = p = 0.5, Peluang gagal = peluang tidak munculnya sisi depan dalam setiap percobaan = q = 1-p = 0.5.

Ditanyakan:

Diketahui :

$\lambda = 20;$

a. x=10

$$P(x=10) = \frac{e^{-\lambda} . \lambda^x}{x!} = \frac{(2.71828)^{-20} . 20^{10}}{10!} = 0.0058164$$

b. x=30

$$p(x=30) = \frac{(2.71828)^{-20} . 20^{30}}{30!} = 0.1836$$

6. Di sebuah madrasah, ada 5 guru berpartisipasi dalam tes UKG, dimana tingkat kelulusannya sebesar 0,6. Hitunglah probabilitas saat kondisi paling banyak 2 guru lulus! (contoh soal distribusi binomial kumulatif)

PENYELESAIAN SOAL

n = 5 ; p = 0,6 ; q = 0,4

Sehingga:

$$P(X=0) = \frac{5!}{5!\,0!} \times (0{,}6)^0 \times (0{,}4)^5 = 0{,}01024$$

$$P(X=1) = \frac{5!}{4!\,1!} \times (0{,}6)^1 \times (0{,}4)^4 = 0{,}0768$$

$$P(X=2) = \frac{5!}{3!\,2!} \times (0{,}6)^2 \times (0{,}4)^3 = 0{,}2304$$

Maka

$$PBK = 0{,}01024 + 0{,}0768 + 0{,}2304 = 0{,}31744$$

10. Sebuah perusahaan chipset motherboard mampu menghasilkan 1000 unit setiap harinya. Jika data perusahaan menunjukkan 0,5% dari keseluruhan chipset mengalami kerusakan, berapa besar probabilitas 5 chi

no

n = 1000 ; x = 5 ; p = 0,005 ; q = 0,995;

Maka

$$P(x,n) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} \times p^x \times q^{n-x}$$

$$P(5{,}1000) = \frac{1000!}{995!\,5!} \times (0{,}005)^5 \times (0{,}995)^{995} = 0{,}1759$$

11. Kemungkinan seorang balita tidak di imunisasi campak adalah 1/5. Pada tanggal 26 Juni 2016, di klinik Anda terdapat 4 orang balita. Berapakah peluang dari balita tersebut 2 orang belum mendapatkan imunisasi campak?

PENYELESAIAN SOAL

$$P(X) = \frac{n!}{(n-X)!\,X!} \cdot p^X \cdot q^{n-X}$$

$$= \frac{4!}{2!\,(4-2)!} 0{,}2^2 \times 0{,}8^{4-2}$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{2\cdot 1(2\cdot 1)} 0{,}2^2 \times 0{,}8^2$$

$$= 0{,}154$$

12. Kepala bagian produksi PT SAMSUNG melaporkan bahwa rata - rata produksi televisi yang rusak setiap kali produksi adalah sebesar 15 %. Jika dari total produksi tersebut diambil secara acak sebanyak 4 buah televisi, berapakah perhitungan

p (rusak) = 0,15, q (baik) = 0,85, x = 2, n = 4

Rumus : b (x ; n ; p) = nCx px q n-x

b (x = 2 ; 4 ; 0,12) = 4C2 (0,15)2 (0,85)(4 – 2)

= 0,0975

13. Peluang Ronaldo mencetak gol lewat tendangan penalty adalah 0,8. Jika dalam 4 kali penalty tentukan peluang ronaldo mencetak tepat 3 goal

PENYELESAIAN SOAL

peluang berhasilnya mendapat gol adalah p=0,8p=0,8 dan gagalnya q=0,2q=0,2

P(kA)=Cnk.pk.qn−kPkA=Ckn.pk.qn-k →→ P(3gol)=C43(0,8)3(0,2)4−3P3gol=C340,830,24-3

=4(0,8)(0,8)(0,8)(0,2)=40,80,80,8(0,2)

=256625=256625

SOAL MATERI POISSON

1. Banyaknya sambungan telepon ke nomor 108 Antara pukul 23.00-00.00 selama 1 bulan berdistribusi Poisson dengan rata-rata 5 sambungan per hari. Berdasarkan informasi tersebut, tentukan peluang bahwa terdapat 10 sambungan pada hari tertentu

Diketahui :

$$\lambda = 5; x = 10$$

$$P(x = 10) = \frac{e^{-\lambda}.\lambda^{x}}{x!} = \frac{(2.71828)^{-5}.5^{10}}{10!} = \frac{65800.48497}{3628800} = 0.0181$$

2. Sebuah toko perlengkapan sekolah menjelang tahun ajaran baru mencatat rata-rata penjualan sepatu setiap harinya 20 buah. Jika permintaan sepatu mengikuti distribusi poisson berapa probabilitas untuk penjualan berikut: a. 10 Sepatu b. 20 Sepatu

Jawab:

$$P(X = 2) = \frac{10!}{(10-2)!\,2!}(0.5)^2(1-0.5)^{10-2} = 0.0439$$

4. Sebuah survei kebersihan gigi memperlihatkan bahwa 2 dari 5 orang sudah pergi ke dokter gigi dalam beberapa bulan terakhir. Apabila ada 12 orang terpilih secara acak, hitunglah probabilitas 4 diantaranya pergi ke dokter dua bulan lalu?

PENYELESAIAN SOAL

n = 12 ; x = 4 ; p = 2/5 ; q = 3/5;

Maka

$$P(x,n) = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} \times p^x \times q^{n-x}$$

$$P(4,12) = \frac{12!}{8!\,4!} \times \left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^8 = 0{,}213$$

5. Berdasarkan pengalaman, setiap mencetak 10.000 lembar kertas terdapat 100 lembar yang rusak. Pada suatu waktu perusahaan mencetak 1000 lembar kertas. Hitunglah probabilitanya: a. Tepat mendapat 5 lembar kertas yang rusak. b. Mendapatkan paling

Diketahui:
Probabilitas mendapatkan kertas yang rusak

$$p = \frac{100}{10000} = 0.01$$

$$n = 1000$$

$$\lambda = 1000\ x\ 0.01 = 10$$

a. $P(x = 5) = \frac{2.71828^{-10}.10^5}{5!} = 0.037834$

b. P (x ≤ 2) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2)

c.P(x≥2)

7. Sebuah toko elektronik mencatat bahwa rata-rata penjualan lampu LED sebanyak 4 buah setiap hari. Berapakah peluang pada esok hari akan terjual lampu LED sebanyak

PENYELESAIAN SOAL

a. 5 lampu

Diketahui $\lambda = 4$, sehingga

a. $P(X=5)$

$$P(X=x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

$$P(X=5) = \frac{e^{-4}4^5}{5!} = \frac{18{,}7552}{120} = 0{,}1563$$

b. $P(X=3)$

$$P(X=3) = \frac{e^{-4}4^3}{3!} = \frac{1{,}1722}{6} = 0{,}1954$$

8. Pada dasarnya percobaan ini binomial dengan n=8000n=8000 dan p=0,001p=0,001. Karena pp amat kecil dekat dengan nol dan nn cukup besar, maka akan dihampiri dengan distribusi Poisson dengan μ=(8000)(0,001)=8μ=(8000)(0,001)=8. Jadi, bila XX menyatakan banyaknya barang yang bergelembung

PENYELESAIAN SOAL

$$P(X<7) = \sum_{x=0}^{6} b(x; 8000, 0.001) \approx p(x; 8) = 0.3134.$$

9. Diketahui probabilitas untuk terjadi shock pada saat imunisasi dengan vaksinasi meningitis adalah 0,0005. Kalau di suatu kota jumlah orang yang dilakukan vaksinasi sebanyak 4000. Hitunglah peluang tepat tiga orang akan

PENYELESAIAN SOAL

$$\mu = \lambda = n.p = E(x) \rightarrow Nilai\ rata-rata$$

$$\mu = \lambda = n.p = 4000\ x\ 0{,}0005 = 2$$

$$P(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!} \quad ; x = 3$$

$$P(x = 3) = \frac{2{,}71828^{-2}2^{3}}{3\ x\ 2\ x\ 1} = 0{,}1804$$

14. Sebuah toko online mencatat bahwa toko tersebut akan mendapatkan komplain dari 50 pelanggan ketika mengirimkan barang ke 10.000 pelanggan. Jika pada suatu hari toko tersebut mengirim barang ke

$P(X = 7)$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$P(X = 7) = \frac{e^{-5}5^{7}}{7!}$$

$$= \frac{526{,}4021}{5040}$$

$$= 0{,}1044$$

15. **Sebuah pabrik TV diketahui bahwa rata-rata terdapat 16 TV yang rusak dari 8000 TV yang dihasilkannya. Berapakah peluang bahwa dari 1000 TV yang akan diproduksinya terdapat 1 TV rusak**

PENYELESAIAN SOAL

$P(X = 1)$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$$

$$P(X = 1) = \frac{e^{-2}2^{1}}{1!}$$

$$= \frac{0,2707}{1}$$

$$= 0,2707$$

MODUL - 4

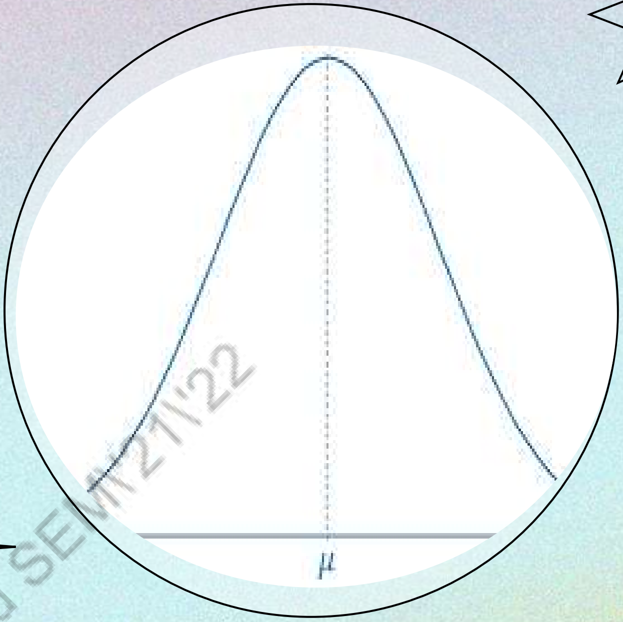
TEORI DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi Peluang II

Distribusi Normal

Distribusi Normal

Distribusi normal merupakan sebuah fungsi probabilitas yang menunjukkan distribusi atau penyebaran suatu variabel. Fungsi tersebut umumnya dibuktikan oleh sebuah grafik simetris yang disebut kurva lonceng (*bell curve*). Saat menandakan distribusi yang merata, kurva akan memuncak di bagian tengah dan melandai di kedua sisinya dengan nilai yang setara.



Parameter Distribusi Normal

Seperti halnya teori distribusi lain dalam statistika probabilitas, bentuk kurva serta nilai peluang distribusi normal ditentukan oleh sejumlah parameter. Untuk distribusi ini, terdapat dua jenis parameter yang dijadikan acuan, yakni *mean* (nilai rata-rata) serta standar deviasi atau simpangan baku.

Parameter Distribusi Normal

*Nilai rata-rata digunakan sebagai pusat distribusi atau penyebaran nilai lainnya. Nilai tersebut akan menentukan lokasi titik puncak dalam kurva lonceng, sedangkan nilai-nilai lainnya akan menyebar mengikuti rerata. Standar deviasi adalah penghitungan variabilitas yang menentukan lebar sebuah kurva distribusi normal.

*Standar ini dapat menghitung seberapa jauh kecenderungan data akan melebar dari nilai rata-rata yang menjadi titik pusatnya. Semakin kecil nilai standar deviasi, maka kurva akan berbentuk semakin runcing. Selain itu, standar deviasi juga menggambarkan jarak atau selisih umum antara *mean* dengan data lain yang diobservasi.

Karakteristik Distribusi Normal

- Standar deviasi adalah penghitungan variabilitas yang menentukan lebar sebuah kurva distribusi normal. Standar ini dapat menghitung seberapa jauh kecenderungan data akan melebar dari nilai rata-rata yang menjadi titik pusatnya. Semakin kecil nilai standar deviasi, maka kurva akan berbentuk semakin runcing. Selain itu, standar deviasi juga menggambarkan jarak atau selisih umum antara *mean* dengan data lain yang diobservasi.
- Kurva distribusi selalu bersifat simetris dengan bentuk lonceng (*bell curve*). Titik puncak kurva adalah nilai rata-rata. Nilai ini berada tepat di tengah kurva, sedangkan data distribusi terletak di sekitar garis lurus yang ditarik ke bawah dari titik tengah tersebut.

- Dalam kurva distribusi, dapat disimpulkan jika setengah data populasi akan memiliki nilai yang kurang dari angka rata-rata, sedangkan sebagian lagi memiliki nilai yang lebih besar.

- Masing-masing ekor kurva di kedua sisi memanjang tak berbatas. Dalam beberapa kasus penghitungan distribusi, ekor kurva bahkan bisa memotong sumbu horizontal.

Hub. Distribusi Normal dengan Binomial

- 1.Distribusi binomial merupakan sebuah distribusi yang diskrits edangkan distribusi normal merupakan sebuah distribusi yang kontinu, sehingga probabilitas yang dinyatakan dengan ordinat binomial perlu diganti dengan luas binomial karena luas selalu dipakai untuk menyatakan probabilitas dalam distribusi yang kontinu.
- 2.Skala x perlu diganti dengan skala z agar tidak terjadi proses“bergerak” dan “mendatar” bila n berangsur-angsur menjadi besar.
- 3.Pendekatan secara normal terhadap probabilitas binomial dapat dilakukan dengan menghitung luas yang terdapat dibawah kurva normal

Definisi

- Fungsi kepadatan dari variabel random X dengan rata rata μ dan variansi σ^2 adalah

- $f(x) = \ \sigma \, N \, (x; \mu \, ; \sigma) = \ \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$

- Dengan $-\infty < x < \infty, \pi = 3{,}14159 \ldots, e = 2{,}72828$

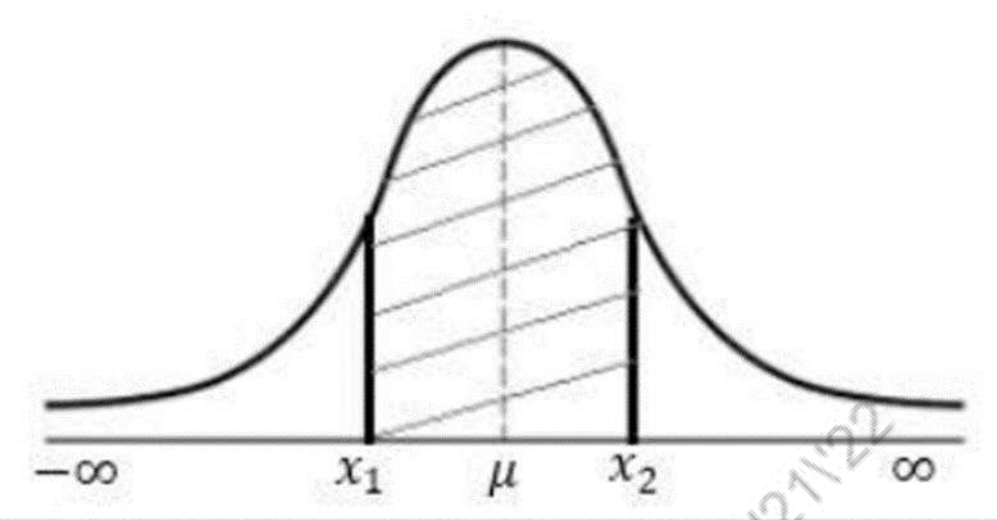
Keterangan

- x = pengubah acak normal yang nilainya $-\infty < x < \infty$,
- μ = rata – rata
- σ = standar deviasi
- π = konstanta yang nilainya 3,14159
- e = konstanta yang nilainya 2,72828
- $f(x)$ =fungsi kepadatan peluang

02 Peluang Distribusi

Normal Umum (Kurva, tabel Z)

—Bentuk Kurva Normal



- *Kurva selalu berada di atas sumbu x*
- *Bentuknya simetris. Rata-rata = median = modus*
- *Luas dibawah kurva adalah 1*

Bentuk Umum Fungsi Peluang

$$F(x) = n(x;\ \mu\ ;\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}}\ \ e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

X = Nilai Variabel acak

μ = Rata-rata

σ = Standar deviasi

e = Bilangan euler (2,72828)

Peluang Distribusi Normal Umum

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f\ (x)\ dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}}\ e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Rubah Distribusi Normal umum kedalam bentuk STANDAR (rata-rata μ = 0 dan variansi σ = 1

Subtitusi Nilai $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$

Z = Nilai Variabel Standar

X = Nilai Variabel Acak

μ = Rata-rata

σ = Standar Deviasi

Distribusi Normal Umum

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Subtitusi $z \quad = \frac{X_{-}\ \mu}{\sigma}$

$\mu - 0$

$\sigma = 1$

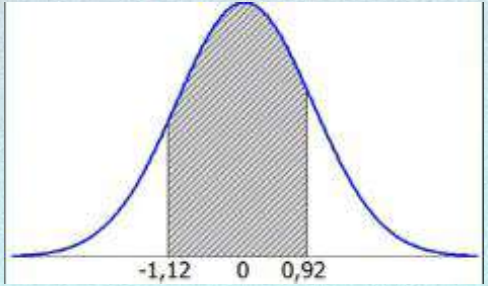
$$P(\, z_1 < Z < z_2) = \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Terdapat 2 cara untuk menghitung peluang :

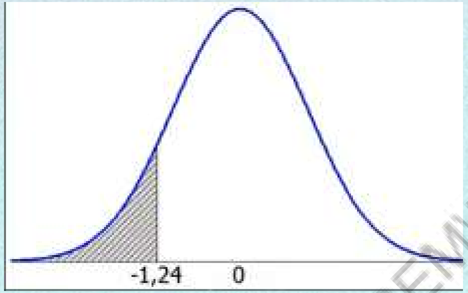
1. Dengan Integral (luas daerah di bawah kurva)
2. Dengan Tabel Distribusi Z (cara yang lebih mudah)

Makna dari $P(z_1 < Z < z_2)$ = Luas daerah dibawah kurva antara ($z_1\ dan\ z_2$)

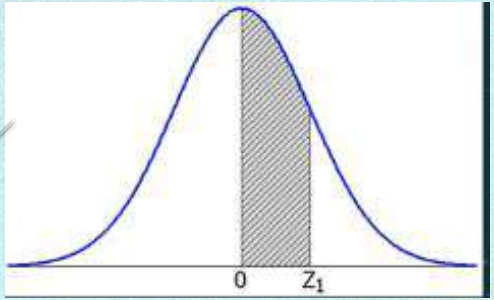
P (-1,12 < Z < 0,92)



P (Z < -1,24)



P(0 < Z < z_1)



Tabel distribusi Z = Luas daerah dari 0 s.d Z

Tabel z statistik umumnya dibuat dengan format berikut:

a. Kolom dan baris pertama dari tabel z menunjukan z score
b. Kolom pertama dari tabel z statistik berisi bilangan bulat dan bilangan ditempat desimal pertama (bilangan bulat dan satu bilangan dibelakang koma)
c. Baris pertama dari tabel z statistik berisi bilangan yang menunjukan bilangan tempat desimal kedua (bilangan kedua dibelakang koma)
d. Nilai yang berada di dalam tabel merupakan peluang

2. Gunakanlah tabel distribusi normal standar untuk menghitung luas daerah:

a. Disebelah kanan z = 1.44

b. Antara z = -1.97 sampai dengan z = 0.89

Penyelesaian:

a. P(z > 1.44)

Karena pada tabel distribusi normal kumulatif luas yang diberikan dari z = $-\infty$ sampai dengan $z_0$tertentu atau $P(z < z_0)$, maka:

P(z > 1.44) = 1 – P(z $\leq$ 1.44) = 1 – 0. 4251 = 0.5749

b. P(- 1.97 < z < 0.89) = *P* (z < 0.89) – *P* (z < -1.97)

- = 0.3133 – 0.0244
- = 0.2889

3. Carilah nilai $z = k$ pada distribusi normal standar, sehingga:

a. $P(z > k) = 0.8770$

b. $P(k < z < -0.18) = 0.4197$

Penyelesaian:

a. $P(z > k) = 0.8770$

$P(z > k) = 1 – P(z < k)$

$0.8770 = 1 – P(z < k)$

$P(z < k) = 1 – 0.8770$

$P(z < k) = 0.1230$

Dari tabel terbaca luas ke kiri untuk 0.1230 adalah $z = - 1.16$

(contoh table ada di slide berikutnya)

4. Variabel X terdistribusi normal dengan rata rata 825 dan standar deviasinya 40. Tentukanlah probabilitas untuk menemukan X bernilai antara 795 dan 845.

Penyelesaian :

Diketahui: $\mu = 825, \sigma = 40, x_1 = 795, x_2 = 845$

$$z_1 = \frac{x_{1-\mu}}{\sigma} = \frac{795-825}{40} = -0.75$$

$$z_2 = \frac{x_{2-\mu}}{\sigma} = \frac{845-825}{40} = 0.5$$

$$P(-0.75 < z < 0.5) \quad = P(z < 0.5) - P(z < -0.75)$$

$$= 0.1915 - 0.2266$$

$$= -0.0301$$

5. Sebuah Baterai laptop rata-rata memiliki umur garansi selama 4 tahun dengan Simpangan baku 0,6 tahun. Jika masa garansi dianggap Distribusi Normal, tentukan peluang garansi baterai laptop tersebut akan berumur kurang dari 3,5 tahun.

Jawb :

Diketahui : $\mu = 4 \quad \sigma = 0{,}5 \quad x = 3{,}5$

Ditanya = P (x < 3,5)

Pertama, transformasi x ke bentuk baku z

$$z = \frac{x_{-}\mu}{\sigma} = 3{,}5 - 4/ = -1{,}00$$

P (x < 3,5) = P (z < -1,00)

= 0,5 + 0,1587

= 0, 6587

MODUL - 5

TEORI PENDUGAAN SAMPEL KECIL

PENDUGAAN

- Pendugaan adalah proses yang menggunakan sampel statistik untuk menduga/menaksir hubungan parameter populasi yang tidak diketahui.
- Penduga : suatu statistik yang digunakan untuk menduga suatu parameter
- Estimasi: pengukuran terhadap nilai parameter (populasi) dari data sampel yang diketahui.
- Pendugaan interval merupakan interval keyakinan atau interval kepercayaan atau confidence limit yang dapat dirumuskan sebagai berikut

$$st - z\ \alpha/2.\ \sigma_s < \text{parameter} < st + z\ \alpha/2.\ \sigma_s$$

dimana:

st: penduga atau statistik sampel

σ_s: deviasi standar sampel

$z\ \alpha/2$: koefisien yang sesuai dengan interval keyakinan yang dipergunakan dalam pendugaan interval dan nilainya diberikan dalam tabel z luas kurva normal.

JENIS PENDUGAAN BERDASARKAN PENYAJIANNYA

01

PENDUGAAN TUNGGAL

Pendugaan yang mempunyai atau menyebutkan satu nilai. Tidak memberikan selisih atau jarak antara nilai penduga dengan nilai yang sebenarnya (parameter)

$$E(\mu) = \bar{x};\quad E(\sigma^2) = S^2;\quad E(p) = \hat{p}$$

02

PENDUGAAN INTERVAL

Pendugaan yang mempunyai dua nilai sebagai pembatasan/daerah pembatasan, digunakan tingkat keyakinan terhadap daerah yang nilai sebenarnya(parameternya) akan berada, nilai (1-a) disebut koefisien kepercayaan selang kepercayaan:(1-a) x 100%

JENIS PENDUGAAN BERDASARKAN PENYAJIANNYA

01

JENIS PENDUGAAN BERDASARKAN PARAMETERNYA

1. Pendugaan rata-rata
2. Pendugaan proporsi
3. Pendugaan varians

02

JENIS PENDUGA

1. Penduga sampel besar (n>30)
2. Penduga sampel kecil (n<30)

PENDUGA RATA-RATA SAMPEL KECIL (N<30)

- Jika sample kecil maka pendugaan parameter dilakukan dengan menggunakan distribusi t dan standar deviasi s. Diketahui

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

- Pendugaan parameter μ dimana σ tidak diketahui dengan populasi tidak terbatas.

$$\bar{x} - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

- Pendugaan parameter μ dimana σ tidak diketahui dengan populasi terbatas.

$$\bar{x} - t \cdot \frac{s}{n} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{x} + t \cdot \frac{s}{n} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

✗ PENDUGAAN PARAMETER PROPORSI SAMPEL KECIL

$$\frac{x}{n} - t \cdot \sqrt{\frac{\frac{x}{n} \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}} < P < \frac{x}{n} + t \cdot \sqrt{\frac{\frac{x}{n} \cdot \left(1 - \frac{x}{n}\right)}{n}}$$

✗ PENDUGAAN INTERVAL BEDA DUA RATA-RATA SAMPEL KECIL (n<30

P… ata-rata dua kelompok s… ata-rata (μ_1- μ_2), σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - Z \cdot \left(\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right) < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + Z \cdot \left(\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right)$$

$$\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^{\,2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\,2}}{n_2}}$$

- **PENDUGAAN PARAMETER μ_1- μ_2 JIKA σ_1^2 dan σ_2^2 TIDAK**

$$\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) - t \cdot \left(s_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right) < \mu_1 - \mu_2 < \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right) + t \cdot \left(s_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right)$$

Dim

$$s_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \sqrt{\frac{\left(n_1 - 1\right)s_1^{\,2} + \left(n_2 - 1\right)s_2^{\,2}}{n_1 + n_2 - 2}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

- **PENDUGAAN INTERVAL DUA PROPOSRI**

$$\left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) - Z \cdot \left(S_{p1-p2}\right) < P_1 - P_2 < \left(\frac{x_1}{n_1} - \frac{x_2}{n_2}\right) + Z \cdot \left(S_{P1=P2}\right)$$

Dimana

$$S_{P1-P2} = \sqrt{\frac{{x_1}/{n_1}\left(1 - {x_1}/{n_1}\right)}{n_1} + \frac{{x_2}/{n_2}\left(1 - {x_2}/{n_2}\right)}{n_2}}$$

✗ PENDUGAAN VARIANS

Pendugaan varians adalah pendugaan nilai varians dalam suatu populasi dimana $s2$ adalah ragam contoh acak berukuran n yang ditarik dari suatu populasi normal dengan ragam $\sigma 2$, dan dihitung nilai $s2$ maka kita akan mendapatkan sebuah nilai penduga bagi populasi tersebut.

$$X^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$$

a. Pe rians Satu Populasi

Bila S^2 adalah ragam contoh acak berukuran n yang ditarik dari suatu populasi normal
dengan ragam σ^2, maka

$$P\left(X^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < X^2 < X^2_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Sedangkan $X^2_{1-a/2}$ dan $X^2_{a/2}$ adalah nilai-nilai

are dengan nilai n-1 derajat

$$P\left(X^2_{1-\frac{\alpha}{2}} < \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} < X^2_{\frac{\alpha}{2}}\right)$$

daerah disebelah kanannya masing-masing 1- a/2 dan a/2 dengan mensubtitusikan X^2 maka diperoleh :

$$P\left[\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{X^2_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right] = 1-\alpha$$

- Penurunan Rumus :

$$P(\chi^2_{1-\alpha/2} < \chi^2 < \chi^2_{\alpha/2}) = 1-\alpha$$

$$P(\chi^2_{1-\alpha/2} < \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\alpha/2} = 1-\alpha$$

$$P\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}\right] = 1-\alpha$$

suku dalam $n-1)s^2$, dan kemudian aan tersebut (dengan demikian mengubah arah ketaksamaan tersebut)kita memperoleh:

Bila s^2 adalah penduga titik bagi varians sampel acak berukuran n yang diambil dari satu populasi normal dengan varians σ^2, maka selang k ntuk σ^2 adalah :

$$\frac{(n-1)S^2}{X^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{X^2_{1-\alpha/2}}$$

- dimana : $\sigma 2$ = Varians dari populasi yang ingin diketahui
- $s2$ = Varians dari sampel yang diteliti
- X^2 = Nilai kritis yang tergantung tingkat kepercayaan
- $$f = \frac{X_1^2/v_1}{X_2^2/v_2} = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} = \frac{\sigma_2^2 s_1^2}{\sigma_1^2 s_2^2}$$ pasan (v)

b. $$\frac{s_1^2}{s_2^2}\cdot\frac{1}{f_{\alpha/2(v1,v2)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2}\cdot f_{\alpha/2(v2,v1)}$$ populasi

F sebagai rasio dua peubah khi-kuadrat (chi-square) bebas, yang masing-masing dibagi oleh derajat bebasnya.

1. Penelitian dilakukan terhadap 16 sampel mahasiswa Jurusan Manajemen UJ untuk mengetahui rata-rata pengeluaran mereka dalam satu bulan. Dari ke-16 mahasiswa tersebut didapat bahwa rata-rata pengeluaran per bulan adalah 500 (ribu) dengan Standard deviasi 100 (ribu). Dengan interval keyakinan 95%,buatlah pendugaan interval pengeluaran rata-rata per bulan seluruh mahasiswa Jurusan Manajemen FE UJ.

Jawab : n = 16

X(rata-rata) = 500

S = 100

.t (0,025;df = n-1 = (15) = 2,131

Maka,

$$500 - 2{,}131 \cdot \frac{100}{\sqrt{16}} < \mu < 500 + 2{,}131 \cdot \frac{100}{\sqrt{16}}$$

$$446{,}725 < \mu < 553{,}275$$

Dengan tingkat keyakinan 95%, rata- rata tingkat pengeluaran rata-rata mahasiswa jurusan manajemen adalah antara Rp.446,75 sampai Rp.553,275

2. Apabila dalam contoh sebelumnya diketahui

b $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} = \sqrt{\frac{100-16}{100-1}} = \sqrt{0{,}848} = 0{,}92$ hasiswa jurusan manajemen adalah 100 orang maka :

$$500 - 2{,}131 \cdot \frac{100}{16} \cdot 0{,}92 < \mu < 500 + 2{,}131 \cdot \frac{100}{16} \cdot 0{,}92$$

$$450{,}93 < \mu < 549{,}07$$

Sehingga pendugaan interval menjadi :

Dengan tingkat keyakinan 95% maka interval

3. Dari 16 mahasiswa jurusan manajemen ternyata diketahui 4 orang diantaranya memiliki kendaraan pribadi. Dengan tingkat kepercayaan 95% buatlah pendugaan proporsi mahasiswa jurusan manajemen yang memiliki kendaraan sendiri.

$$0{,}25 - 2{,}131 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \times 0{,}75}{16}} < P < 0{,}25 + 2{,}131 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25 \times 0{,}75}{16}}$$

$$0{,}02 < P < 0{,}48$$

X = 4

T0,025;15 = 2,131

Maka ;

4. Honor rata-rata karyawan lulusan s2 adalah 100(ribu) perminggu dengan standar deviasi 9(ribu) ,penelitian diambil dari 90 orang karyawan lulusan s2, sedangkan dari 90 orang karyawan lulusan s1,honor rata-rata 50(ribu) perminggu dengan standar deviasi 5(ribu).dengan keyakinan 95% buatlah pendugaan interval selisih rata-rata honor karyawan.

N = 90

X1(rata rata) = 100

$$\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \sqrt{\frac{9^2}{90} + \frac{5^2}{90}} = 1,18$$

maka;

$$(100-50) - 1,96 \cdot 1,18 < \mu_1 - \mu_2 < (100-50) + 1,96 \cdot 1,18$$

$$47,69 < \mu_1 - \mu_2 < 51,18$$

$\sigma_2 = 5$

z(0,025) = 1,96

5. Dari 9 mahasiswa angkatan 2020 jurusan manajemen UJ didapat uang saku per hari adalah sebagai berikut (dalam rupiah) 40, 46, 40, 36, 38, 34, 42, 44, 40. Sedangkan dari 9 mahasiswa angkatan 2021 jurusan manajemen didapat uang saku per hari (dalam rupiah) adalah 30, 24, 16, 25, 35, 40, 46, 38, 34, dengan tingkat keyakinan 95% buatlah interval selisih rata-rata uang saku mahasiswa angkatan 2020 dengan mahasiswa 2021.

Diketahui dari angkatan 2020

N= 9

S2 = 9,23

Dan t(0,025 df= 9+9 -2) = 2,12

Ma

$$s_{\bar{x}1-\bar{x}2} = \sqrt{\frac{(9-1)\cdot 3{,}74^2 + (9-1)\cdot 9{,}23^2}{9+9-2}} \times \sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}} = 3{,}32$$

sehingga

$$(40-32)-2{,}12\cdot 3{,}32 < \mu_1 - \mu_2 < (40-32)+2{,}12\cdot 3{,}32$$

$$0{,}96 < \mu_1 - \mu_2 < 15{,}04 \quad \text{(dalam ribu rupiah)}$$

Dengan tingkat keyakinan 95%

6. Dari 120 sampel nasabah bank CRF di kota A, 90 diantaranya adalah mahasiswa, sedangkan dari 120 nasabah bank CRF di kota B, 60 orang diantaranya adalah mahasiswa, dengan tingkat keyakinan 95% ,dugalah beda proporsi nasabah yang merupakan mahasiswa di dua cabang yang berbeda.

N1= 120

X1 = 90

Z(

$$s_{p1-p2} = \sqrt{\frac{0,25(0,75)}{120} + \frac{0,5(0,5)}{120}} = 0,06$$

Maka ;

$$(0,75-0,5)-1,96\cdot 0,06 < P_1 - P_2 < (0,75-0,5)+1,96\cdot 0,06$$

$$0,1324 < P_1 - P_2 < 0,3676$$

Sehingga

Dengan tingkat keyakinan 95%

7. Dalam eksperimen untuk melihat diameter sekrup dengan mengambil 10 buah sekrup

eroleh variansi diameter

6 milimeter. Tentukan

95% untuk variansi diameter

guhnya dengan menganggap

meter sekrup berdistribusi

Dik : n = 10

$v \Rightarrow n-1 = 9$

$(1-\alpha)\% = 95\% \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 0{,}05}$

$X^2_{0,05/2} \Rightarrow X^2_{0,025;9} = 19{,}02$

$X^2_{1-0,025} \Rightarrow X^2_{0,975;9} = 2{,}70$

$s^2 = 0{,}286$

Dit : Selang kepercayaan 95% ?

Penyelesaian :

$$\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2};v}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{X^2_{1-\frac{\alpha}{2};v}}$$

$$\frac{(9)(0{,}286)}{19{,}02} < \sigma^2 < \frac{(9)(0{,}286)}{2{,}70}$$

$$\boldsymbol{0{,}135 < \sigma^2 < 0{,}953}$$

8. Suatu tes penempatan untuk matematika diberikan pada 25 siswa laki-laki dan 16

siswa perempuan. Siswa laki-laki mencapai nilai rata-rata 82 dengan simpangan baku

8, sedangkan siswa perempuan mencapai nilai rata-rata 78 dengan simpangan baku 7

$$\frac{s_1^2}{s_2^2}\frac{1}{f_{\frac{\alpha}{2}}(v_1,v_2)} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\frac{\alpha}{2}}(v_1,v_2)$$

...ayaan 98% bagi $\sigma^2{}_1/\sigma^2{}_2$ dan σ_1 dan σ_1/σ_2, bila $\sigma^2{}_1$ dan $\sigma^2{}_2$ masing-masing

...ulasi semua nilai siswa laki-laki dan perempuan yang mungkin

$$\frac{64}{49}\left(\frac{1}{3.29}\right) < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{64}{49}(2.89)$$

mengambil tes tersebut.

$$0.397 < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 3.775$$

...i kita mempunyai $n1$ = 25, $n2$= 16, $s1$=8,$s2$=7. Untuk selang kepercayaan 98%.

...engambil α = 0.02 dan menggunakan tabel , kita memperoleh

$$0.630 < \frac{\sigma_1}{\sigma_2} < 1.943$$

... (24,15) = 3.29

MODUL - 6

TEORI HIPOTESA SAMPEL KECIL

PENGUJIAN HIPOTESA-1
Sampel Kecil n<30

HIPOTESIS

atau bisa salah mengenai suatu hal atau persoalan sehingga memerlukan pengecekan atas ketidak pastian tersebut. Karena sifatnya sementara, pengecekan biasanya diperiksa secara kuantitatif berdasarkan data observasi yang ada. Pengujian hipotesis biasanya berkaitan dengan parameter populasi untuk memutuskan apakah populasi memenuhi asumsi yang kita buat. Parameter-parameter ini di antara lain seperti μ (rata-rata), β (koefisien regresi), ρ (korelasi), dan lain-lain.

DUA MACAM HIPOTESIS

Hipotesis Nol (H_0)

Pengujian hipotesis lazim diawali dengan asumsi bahwa hipotesis nol adalah benar. Hipotesis nol adalah hipotesis yang merujuk pada status quo dan pada notasinya selalu mengandung pengertian sama dengan (yang

Hipotesis Alternatif (H_a)

Merupakan lawan dari hipotesis nol. Dalam statistika, hipotesis alternative merupakan hipotesis yang didukung atau ingin diterima. Hipotesis ini menentang status quo pada hipotesis nol dan dalam notasinya tidak pernah menggunakan lambang sama dengan (alternatif yang tersedia adalah tidak sama dengan yang dinyatakan dengan notasi ≠ ; lebih kecil yang dinyatakan dengan notasi <; atau lebih besar yang dinyatakan dengan notasi >).

PENGUJIAN HIPOTESIS

Pengujian hipotesis berdasarkan statistik sampel dan teori peluang digunakan untuk menetukan apakah hipotesis yang ditetapkan akan diterima/tidak dapat ditolak (karena cukup bukti untuk menolak hipotesis tersebut) atau justru hipotesis yang ditetapkan tersebut harus ditolak jika hipotesis yang ditetapkan tersebut tidak didukung oleh bukti empiris.

UJI HIPOTESIS

Jika dianggap suatu hipotesis tertentu adalah benar tetapi temuan dari hasil analisis data mendapati bahwa hasil-hasil yang diamati dalam suatu sampel acak sangat berbeda dari hasil-hasil yang diperkirakan oleh hipotesis tersebut, dapat dikatakan bahwa perbedaan-perbedaan yang diamati adalah perbedaan yang signifikan.

TIPE KESALAHAN DALAM UJI HIPOTESIS

Terdapat dua tipe kesalahan pada pengujian hipotesis yakni tipe kesalahan 1 dan tipe kesalahan 2.

Situasi / Keputusan	H_0 Benar	H_0 Salah
Tolak H0	Keputusan salah (tipe 1) α	Keputusan tepat (1-β)
Terima H0	Keputusan tepat (1-α)	Keputusan salah (tipe 2) B

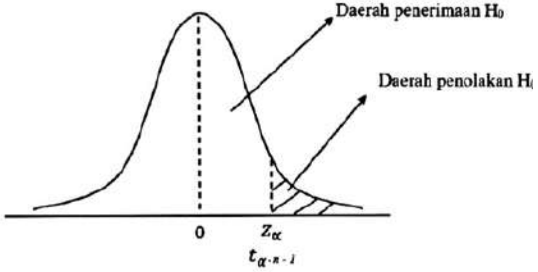
Di mana:

α = Taraf nyata atau taraf signifikansi atau probabilitas melakukan kesalahan jenis 1

β = Taraf nyata atau taraf signifikansi atau probabilitas melakukan kesalahan jenis 2

UJI SATU PIHAK KANAN

Dalam uji pihak kanan daerah kritis penolakan H_0 berada pada sisi kanan kurva distribusi distribusi normal sehingga daerah penolakan ini berada pada sebelah kanan dari rata-rata. Bernilai nol karena distribusi kurvanya mengikuti distribusi normal. Jika sampel kurang dari 30 maka ujinya dengan distribusi t dengan nilai $t_{\alpha.n-1}$. n-1 merupakan *degree of freedom*.



Nilai t diperoleh dari tabel t dipilih dengan taraf signifikansi (1%, 5%, 10%, dll) dengan derajat kebebasan n-1:

Rumusan Hipotesis :

- $H_0 : \mu \leq \mu_0$
- $H_a : \mu > \mu_0$

Keputusan

- Tolak Ho terima Ha jika : $t_h \geq t\alpha.n\text{-}1$
- Terima Ho tolak Ha jika : $t_h < t\alpha.n\text{-}1$

Keterangan :

n-1 = Derajat kebebasan

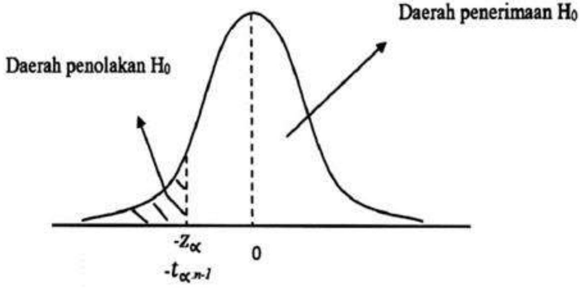
t_h = Kriteria uji

$t\alpha.n\text{-}1$ = Nilai t diperoleh dari tabel dengan nilai LOS yang disyaratkan atau dikenal dengan tabel t

Makna tanda ≤ pada rumusan hipotesis berarti hipotesis nol (H_0) yang diajukan berbunyi “lebih kecil atau sama dengan” sehingga hipotesis alternatifnya (Ha) adalah kebalikannya yaitu “lebih besar” atau “lebih dari”. Jika dirumuskan Hipotesis nol dengan bunyi “sama dengan” dan dicek kebenarannya menyatakan “lebih besar” maka yang digunakan adalah uji satu pihak kanan.

UJI PIHAK KIRI

Dalam uji pihak kiri daerah kritis penolakan H_0 berada pada sisi kiri kurva distribusi normal, sehingga daerah ini berada pada sebelah kiri dari rata-rata. Karena rata-rata sama dengan nol maka nilai kritis ini adalah negative bukan positif. Gambar dibawah merupakan kondisi penerimaan dan penolakan H_0 dengan nilai $-t\propto.n\text{-}1$.



Rumusan hipotesis :

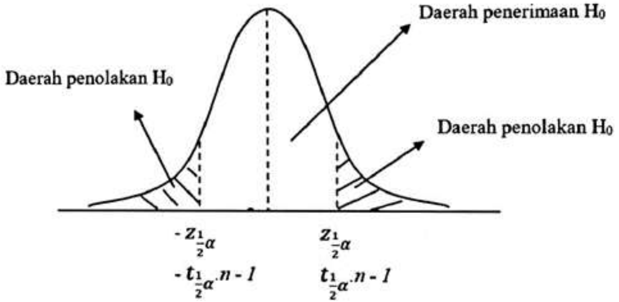
- $H_0 : \mu \geq \mu 0$
- $H_a : \mu < \mu 0$

Keputusan :

- Tolak H_0 terima H_a jika: $t_h \leq -t\alpha.n\text{-}1$.
- Terima H_0 tolak H_a jika: $t_h > -t\alpha.n\text{-}1$

UJI PIHAK DUA ARAH

Pada pengujian ini daerah penolakan H_0 berada pada kedua sisi kiri dan kanan, sehingga daerah penerimaan H_0 sekarang berada dikeduanya. Karena kurva distribusi normal memiliki luasan sama dengan 1, maka secara teoritis untuk mendapatkan probabilitas nilai yang jatuh pada daerah penerimaan H_0 dapat mengurangi 1 dengan $\frac{\alpha}{2}$ pada kedua sisi.



Rumusan hipotesis

$H_0 : \mu = \mu 0$

$H_a : \mu \neq \mu 0$

Keputusan

Tolak H_0 jika: $t_h \leq -t_{\frac{1}{2}} \propto.n - 1$

Terima H_0 jika $-t_{\frac{1}{2}} \propto.n - 1 < t_h < -t_{\frac{1}{2}} \propto.n - 1$

Setelah mengetahui uji satu dan dua pihak, maka untuk menghitung apakah kita menerima atau menolak $H_{0,}$ langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk pengujian hipotesis adalah sebagai berikut :

- ✗ Rumusan untuk H_0 dan H_a kemudian tetapkan apakah uji satu pihak atau uji dua pihak.
- ✗ Tetapkan taraf nyata (α) sehingga diperoleh nilai kritis dari tabel berdasar $t_{\propto . n-1}$ dan ($z_{\propto}$).
- ✗ Gambar daerah penolakan H_0 dan penerimaan H_a.
- ✗ Hitung statistic uji t_h baik untuk populasi maupun dari sampel

Rumusnya :

$$th = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\sigma \bar{x}} = \frac{\bar{x} - \mu 0}{S / \sqrt{n}}$$

Atau :

$$zh = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\sigma \bar{x}} = \frac{\bar{x} - \mu 0}{S / \sqrt{n}}$$

Dimana :

t_h dan z_h= Kriteria uji statistic

$\bar{x}$ = Rata-rata sampel

σ = Standar deviasi

n = Banyak sampel

μ = Rata-rata populasi

Simbol zh dapat diartikan sebagai kesalahan sampling dalan unit standar $\bar{x} - \mu 0$ adalah deviasi sampling serta $\sigma / \sqrt{n}$ bisa dikatakan kesalah standar Distribusi rata-rata sampel. Untuk sampel besar (n ≥ 30) dipakai (zh) sedangkan sampel kecil (n < 30) dipakai (th).

CIRI-CIRI DISTRIBUSI t-STUDENT

1. Distribusi t-student seperti distribusi Z merupakan sebuah distribusi kontinu, di mana nilainya dapat menempati semua titik pengamatan.
2. Distribusi t-student seperti distribusi Z berbentuk genta atau lonceng dan student dengan nilai rata-rata sama dengan 0
3. Distribusi t-student bukan merupakan satu kurva seperti kurva Z, tetapi keluarga dari distribusi t. setiap distribusi t mempunyai rata-rata hitung sama dengan nol, tetapi dengan standar deviasi y berbeda-beda, sesuai dengan besarnya sampel (n). Ada distribusi t

PENGUJIAN HIPOTESIS BEDA RATA-RATA (μ)

Pengujian beda rata-rata digunakan untuk memutuskan apakah berdasarkan data dari sampel, hipotesis suatu parameter populasi dapat diterima atau ditolak. Uji beda rata-rata digunakan untuk melihat perbedaan rata-rata pada satu populasi. Langkah-langkah pengujiannya sama dengan sebelumnya yaitu:

1. Rumusan untuk H_0 dan H_a kemudian tetapkan rumusan hipotesis untuk H_0 dan H_0
2. Tetapkan taraf nyata (α) sehingga diperoleh nilai kritis dari tabel berdasar $t\propto.n - 1$
3. Gambar daerah penolakan H_0 dan penerimaan H_0
4. Hitung statistik uji t_h baik untuk populasi maupun dari sampel. Rumusnya :

$$th = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\sigma \bar{x}}$$

$$= \frac{\bar{x} - \mu 0}{S \, / \, \sqrt{n}}$$

5. Simpulkan apakah H_0 diterima atau ditolak dengan membandingkan nilai hitung dan nilai tabel.

PENGUJIAN HIPOTESIS BEDA DUA RATA-RATA ($\mu 1 - \mu 2$)

Pengujian ini digunakan untuk melihat apakah terdapat perbedaan parameter pupulasi (rata-rata) dari dua populasi yang diamati.

Untuk pengamatan yang lebih kecil dari 30 kita menggunakan uji t kriteria pegujian normal.

$$th = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{(n_1 - 1S_1^2) + (n_2 - 1S_2^2)}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2\,(n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

Dimana:

n_1 = Jumlah sampel pertama

n_2 = Jumlah sampel kedua

$\bar{X}_1$ = Rata-rata sampel pertama

$\bar{X}_2$ = Rata-rata sampel kedua

S_1 = Standar deviasi pertama

S_2 = Standar deviasi kedua

$df = n_1 + n_2 - 2$

PENGUJIAN HIPOTESIS BEDA DUA RATA-RATA UNTUK DATA BERPASANGAN

Salah satu pengujian yang sangat penting dan berguna dalam statistika inferensia adalah mengenai uji beda rata-rata sampel berpasangan, berpasangan disini maksudnya adalah sampel bersifat terikat atau tidak bebas (dependent). Nilai D digunakan untuk menghitung selisih nilai sebelum dan setelahnya perlakuan. Langkah-langkah dalam menghitung uji rata-rata berpasangan ini adalah :

1. Tentukan hipotesis nol (H_0)
2. Hitung nilai D yang merupakan nilai selisih antara nilai variabel sebelum dan setelah, D = nilai setelah – nilai sebelum
3. Hitung nilai rata-rata dari D dengan $\overline{D} = \frac{\Sigma D}{n}$
4. Hitung nilai kritis dengan $t_0 = \frac{\overline{D}.\sqrt{n}}{s}$

   Dimana : n = jumlah sampel

   S = standar deviasi diperoleh dengan $S = \sqrt{\frac{\Sigma(D-D)2}{n-1}}$

   $\overline{D}$ = nilai rata-rata selisih sebelum dan sesudah
5. Hitung nilai tabel dengan α dan df = n-1
6. Simpulkan apakah kita menerima atau menolak hipotesis nol/H_0 dari tabel dan t_0 yang kita hitung

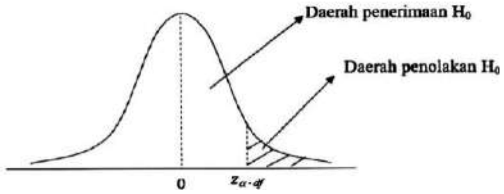
PENGUJIAN PROPORSI

Dalam pengujian proporsi yang diuji sekarang adalah persentase (P) suatu variabel tertentu. Persentase atau proporsi ini nantinya akan diuji untuk mengetahui apakah pernyataan yang menyangkut proporsi ini dapat diterima atau ditolak. Tiga kemungkinan hipotesis yang terjadi pada uji beda proporsi adalah :

Uji pihak kanan

H_0 : P ≤ 0

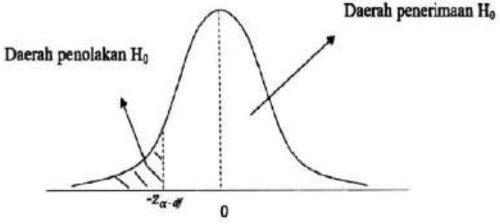
H_a : P > 0



Uji pihak kiri

H_0 : P ≥ 0

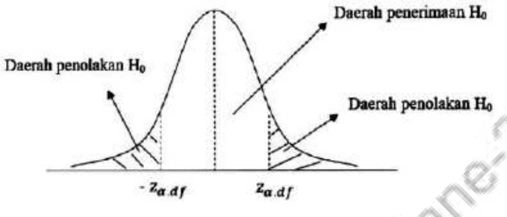
H_a : P < 0



Uji dua pihak

H_0 : P = 0

H_a : P ≠ 0



Sedangkan untuk kriteria uji dirumuskan

$$z = \frac{P - Po}{\sqrt{\frac{Po(1-Po)}{n}}}$$

Dimana:

P_0 = Proporsi yang dihipotesiskan

P = Proporsi variabel acak tertentu

N = Jumlah oservasi

PENGUJIAN BEDA DUA PROPORSI

Adalah proporsi dari dua proporsi bukan rata-ratanya. Hipotesis yang diajukan pada uji beda dua proporsi adalah sebagai berikut:

- Uji pihak kanan

  H_0 : P_1-$P_2 \leq 0$ atau $P_1 \leq P_2$

  H_a : P_1-$P_2 > 0$ atau $P_1 > P_2$

- Uji pihak kiri

  H_0 : P_1-$P_2 \geq 0$ atau $P_1 \geq P_2$

  H_a : P_1-$P_2 < 0$ atau $P_1 < P_2$

- Uji dua pihak

  H_0 : P_1-$P_2 = 0$ atau $P_1 = P_2$

  H_a : P_1-$P_2 \neq 0$ atau $P_1 \neq P_2$

Karena proporsi populasi P dirumuskan P = $\frac{X}{N}$ dimana X adalah variabel acak tertentu terhadap jumlah populasi (N) dan karena nilai populasi biasanya didekati dengan nilai sampel maka proporsi untuk populasi pertama dan kedua adalah $\acute{p}_1 = \frac{X1}{N1}$ dan $\acute{p}_2 = \frac{X2}{N2}$. x_1 dan x_2 disini adalah nilai dari sampel, sedangkan n_1 dan n_2 adalah jumlah dari sampel yang diambil dari populasi pertama dan kedua.

Nilai Z_0 sebagai nilai hitung dicari dengan rumus:

$$Z_0 = \frac{(\hat{P}1 - \hat{P}2) - (P1 - P2)}{\sigma ṕ1 - \sigma ṕ2}$$

$$= \frac{(\hat{P}1 - \hat{P}2) - (P1 - P2)}{\sigma(\hat{P}1 - \hat{P}2)}$$

Karena P_1 dan P_2 bernilai nol dan diketahui $\sigma(\hat{P}1 - \hat{P}2) = \sqrt{P(1-P)(\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2})}$ serta $P = \frac{x1+x2}{n1+n2}$, sehingga nilai Z_0 dapat kita tuliskan secara lengkap:

$$Z_0 = \frac{\hat{P}1 - \hat{P}2}{\sqrt{P(1-P)(\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2})}}$$

Untuk melihat apakah kita menerima atau menolak hipotesis H_0, nilai Z_0 akan kita bandingkan dengan nilai dari tabel dengan Zα.df. Nilai tabel dapat kita lihat pada tabel Distribusi t dengan tingkat keyakinan tertentu.

CONTOH SOAL

Soal Uji Satu Pihak Kanan

Menurut pengalaman beberapa tahun terakhir ini, pada suatu pabrik yang memiliki mesin produksi memiliki penilaian kinerja pegawainya untuk terhadap mesin diperoleh rerata 6,5. Tahun ini pabrik membeli model baru untuk dapat meningkatkan produktivitas dalam produksi barang pabrik tersebut. Setelah model baru tersebut diterapkan secara random dari populasinya, diambil 29 pegawai untuk dites menggunakan mesin baru sesuai standar dan ternyata dari 29 pegawai tersebut diperoleh rerata 7,9 dengan deviasi baku 8,0. Jika diambil α =5%, apakah dapat disimpulkan bahwa model baru tersebut dapat meningkatkan produktivitas pabrik dalam produksi barang pabrik.

Jawab :

Perhatikan bahwa 6,5 dan 8 berturut-turut adalah rataan dan deviasi baku populasi. Berarti = 6,5 dan = 8. Model baru tersebut dikatakan dapat meningkatkan produktivitas dalam produksi barang pabrik tersebut apabila rerata yang baru melebihi rerata yang selama ini diperoleh, sehingga persoalan tersebut dikerjakan dengan cara berikut :

H_0 = 6,5 (model baru tidak meningkatkan produktivitas)

H_1 = 6,5 (model baru meningkatkan produksivitas)

α =5%

Statistik uji yang digunakan:

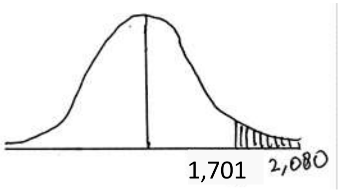
$$th = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{7{,}9 - 6{,}5}{\frac{8}{\sqrt{29}}} = \frac{1{,}4}{\frac{8}{5{,}385}} = \frac{1{,}4}{1{,}486}$$

th = 2,080

Daerah kritis

$T_{0.05.29-1} = 1{,}701$



Keputusan : uji H_0 ditolak

Soal Uji Satu Pihak Kiri

Untuk melihat apakah rerata penilaian tingkat kepuasan pelanggan restoran “QUEEN” dari 10-100 lebih besar atau sama dengan 75 (nilai normal), secara random dari populasinya, diambil 12 pelanggan. Ternyata nilai-nilai kedua belas pelanggan tersebut adalah sebagai berikut. 51 71 76 81 67 98 58 69 87 74 79 81 Jika diambil α=1% dan dengan mengasumsikan bahwa distribusi nilai-nilai di populasi normal, bagaimana kesimpulan penelitian tersebut?

Jawab :

Solusi : dari nilai-nilai kedua belas pelanggan tersebut didapat $\Sigma X = 892$; $\Sigma X^2 = 795.664$, sehingga:

$$X = \frac{892}{12} = 74{,}333 \text{ dan}$$

$$S = \sqrt{\frac{(n)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}{(n)(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(12)(795664) - (892)^2}{(12)(11)}} = 257{,}495$$

H_0 : $\mu \geq 75$ (rerata pelanggan lebih besar atau sama dengan 75)

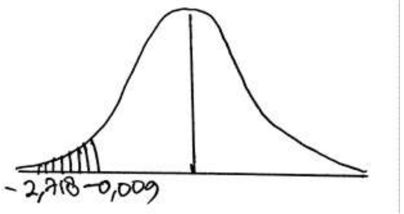
H_1 : $\mu < 75$ (rerata pelanggan kurang dari 75)

$\sigma = 1\%$

Statistik uji yang digunakan:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{74{,}333 - 75{,}000}{\frac{257{,}495}{\sqrt{12}}} = \frac{-0{,}667}{\frac{257{,}495}{3{,}464}} = \frac{-0{,}667}{74{,}335} = -0{,}009$$



Daerah kritis :

Dari t tabel dengan dk = 11, dan taraf kesalahan 1% = 2,718.

Jadi untuk uji pihak kiri $t_{0,01;11} = -2{,}718$; dk = $\{t \mid t < -2{,}718\}$

; $t = -0{,}009 \leq$ dk

Keputusan : Uji H_0 diterima

Kesimpulan : Rata-rata pelanggan lebih besar atau sama dengan 75. Dalam uji pihak kiri ini berlaku ketentuan, bila harga t hitung jatuh pada penerimaan atau t hitung lebih besar atau sama dengan t tabel, maka H_0 diterima

Soal Uji Pihak Dua Arah

Waktu rata-rata yang diperlukan ibu rumah tangga untuk membeli daftar belanjaan pada weekend di suatu supermarket adalah 50 menit dengan simpangan baku 10 menit. Suatu prosedur belanja baru yang menggunakan mesin modern sedang dicoba. Dengan mesin modern tersebut diketahui bahwa 12 ibu rumah tangga memerlukan waktu pendaftaran rata-rata 42 menit dengan simpangan baku 11,9 menit. Dengan taraf nyata sebesar 0,05, ujilah hipotesis bahwa nilai rata-rata populasi mesin modern kurang dari 50? Asumsikan bahwa populasi waktu berdistribusi normal.

Jawab :

Hipotesis dari soal diatas :

H_0 : μ = 50 menit

H_1 : μ < 50 menit

Telah diketahui bahwa taraf signifikan (α) = 0,05

n < 30, maka df adalah n – 1 yaitu 11 maka t = 1,796, sehingga daerah kritik dari permasalahan tersebut adalah t < –1,796.

n = 12, simpangan baku = 11,9, dan rata-rata populasi 50 menit, maka

$$th = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{42 - 50}{11{,}9 / \sqrt{12}}$$

$$= -2{,}33$$

Keputusan :

Keputusan yang dapat diambil adalah H_0 ditolak karena th berada dalam rentang daerah kritiknya sebesar t < –1,796 (-2,33 < -1,796) sehingga kesimpulannya rata-rata populasi mesin modern adalah kurang dari 50 menit.

Soal Uji Hipotesis Beda Satu Rata-rata

Seorang pemilik kos di jalan Pramuka Samarinda berpendapat bahwa rata-rata sewa per kamar dikawasan tersebut adalah sebesar Rp. 500.000/bulan dengan alternative tidak sama dengan itu. Jika diketahui standar deviasi Rp. 50.000/bulan, pada saat sampling 25 orang anak kos, dan kemudian diketahui bahwa rata-rata sewa per kamar adalah sebesar Rp. 400.000/bulan. Uji pendapat ini dengan α = 1%

Jawab :

$H_0 = \mu = 500.000$

$H_0 \neq \mu \neq 500.000$

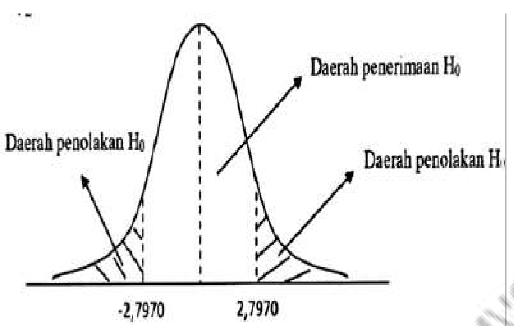
Taraf nyata α = 1% = 0,01

$t_{\propto/2}.n\text{-}1 = t_{0{,}01/2}.25\text{-}1$

$= t_{0{,}005}.24$

$= 2{,}7970$

$-t_{\propto/2}.n\text{-}1 \quad = -2{,}7970$



Karena n < 30 kita menggunakan uji t

$$th = \frac{\bar{x} - \mu 0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$$= \frac{400.000 - 500.000}{\frac{50.000}{\sqrt{25}}}$$

$$= \frac{-100.000}{\frac{50.000}{5}}$$

$$= \frac{-100.000}{10.000} = -10$$

Karena, -th < tα/2.n-1 = -10 < -2,970. Maka H_0 ditolak dan H_a diterima berarti pada taraf kepercayaan 99% pernyataan pemilik kos tersebut tidak benar.

Soal Uji Hipotesis Beda Dua Rata-rata

Seorang pejabat BKPM berpendapat bahwa tidak ada perbedaan rata – rata modal perusahaan asing dan nasional di Sumatera selatan dengan mengambil 8 sampel perusahaan nasional dan 6 perusahaan asing diperoleh data seperti tabel dibawah. Uji dengan α = 5%.

No	Perusahaan Nasional	Perusahaan Asing
1	5	6
2	7	5
3	8	4
4	3	7
5	4	8
6	9	6
7	6	-
8	5	-

Jawab :

Pertama, kita harus menghitung standar deviasi dan rata-rata dari perusahaan nasional dan perusahaan asing.

No	Perusahaan Nasional	$(x - \bar{X})$	$(x - \bar{X})^2$	Perusahaan Asing	$(x - \bar{X})$	$(x - \bar{X})^2$
1	5	-0,875	0,765	6	0	0
2	7	1,125	1,265	5	-1	1
3	8	2,125	4,515	4	-2	4
4	3	-2,875	8,265	7	1	1
5	4	-1,875	3,515	8	2	4
6	9	3,125	9,765	6	0	0
7	6	0,125	0,015	-	-	-
8	5	-0,875	0,765	-	-	-
∑	47	0	28,87	36	0	10

$$\bar{X}_N = \left(\frac{5+7+8+3+4+9+6+5}{8}\right) = 5,875$$

$$\bar{X}_A = \left(\frac{6+5+4+7+8+6}{6}\right) = 6$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{X})^2}{n-1}}$$
$$= \sqrt{\frac{28{,}87}{7}}$$
$$= 2{,}031$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\Sigma(x - \bar{X})^2}{n-1}}$$
$$= \sqrt{\frac{10}{5}}$$
$$= 1{,}414$$

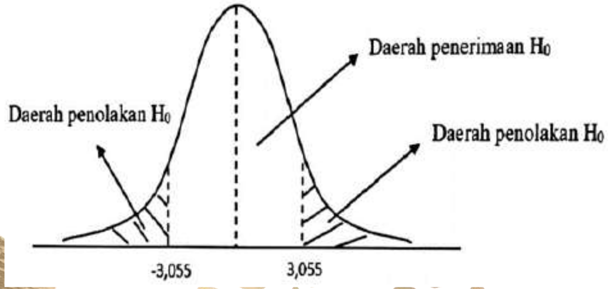
Rumusan Hipotesis :

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$\alpha/2 = 0{,}01/2 = 0{,}005$

df $= n_1 + n_2 - 2 = 8 + 6 - 2 = 12$



$t_{\alpha}.df = t_{0,005}.12 = 3{,}055$

$$th = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1+n_2-2)}{n_1+n_2}}$$

$$== \frac{5{,}875-6}{\sqrt{(8-1)(2{,}031)^2+(6-1)(1{,}414)^2}} \cdot \sqrt{\frac{8.6(8+6-2)}{8+6}}$$

$$= \frac{-0{,}125}{\sqrt{28{,}874+9{,}997}} \cdot \sqrt{41{,}143}$$

$$= \frac{-0{,}125}{6{,}235} \cdot 6{,}414$$

$$= -0{,}1285$$

Karena th > tα . df = -0,1285 > -3,055. Maka diputuskan terima Ho dan tolak Ha. Artinya rata-rata modal perusahaan nasional sama dengan perusahaan asing.

Soal Uji Beda Dua Rata-rata Sampel Berpasangan

Volume Penjualan Air Mineral HASS

No	Swalayan	Penjualan Sebelum	Penjualan Setelah
1	Citra Terang	432	550
2	Sri	676	723
3	Serba Guna	554	679
4	Cipta Guna	341	405
5	Langgeng	430	459
6	Gunung Cermai	398	480
7	Arjuna 919	658	743
8	Sinar Qari	789	905
9	Trunojoyo	910	955
10	Sumber Rezeki	590	643
11	Kencana	420	450
12	Kembar Jaya	321	543

Brand air mineral local bernama "HASS" berusaha untuk meningkatkan citra sekaligus profit mereka. Selama 10 tahun berdiri, kemasan model dan warna baru diterapkan pada produk yang mereka pasarkan untuk melihat apakah ada perbedaan pada profit perusahaan dari 12 swalayan besar di Surabaya diperoleh data banyak penjualan (dalam dus/bulan) pada tabel di atas. Dengan menggunakan taraf keyakinan 95% uji apakah ada perbedaan rata-rata penjualan setelah adanya desain model dan warna baru pada minuman mineral?

Jawab :

Rumusan hipotesis :

$H_0 : \mu_D \leq 0$

$H_a : \mu_D > 0$

$\bar{D} = \frac{\sum D}{n} = \frac{1016}{12} = 84{,}6667$

$S = \sqrt{\frac{\sum (D - \bar{D})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{33096{,}667}{12-1}} = 54{,}8524$

$t_0 = \frac{\bar{D}.\sqrt{n}}{S}$

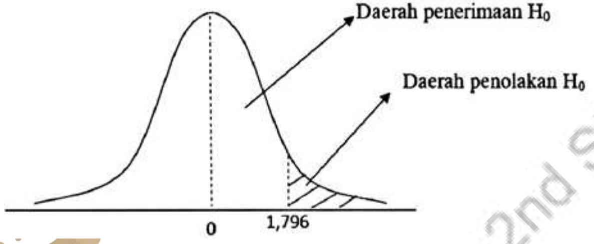
$= \frac{84{,}6667.\sqrt{12}}{3008{,}7879}$

$= \frac{293{,}2941}{54{,}8524}$

$= 5{,}3469$

$t_{\alpha.df} = t_{0{,}05.(12\text{-}1)} = 1{,}796$

No	Swalayan	Penjualan Sebelum (Xb)	Penjualan Setelah (Xs)	D = Xs - Xb	$D - \bar{D}$	$(D - \bar{D})^2$
1	Citra Terang	432	550	118	33,3333	1111,111
2	Sri	676	723	47	-37,6667	1418,778
3	Serba Guna	554	679	125	40,3333	1626,778
4	Cipta Guna	341	405	64	-20,6667	427,111
5	Langgeng	430	459	29	-55,6667	3098,778
6	Gunung Cermai	398	480	82	-2,6667	7,111
7	Arjuna 919	658	743	85	0,3333	0,111
8	Sinar Qari	789	905	116	31,3333	981,778
9	Trunojoyo	910	955	45	-39,6667	1573,4444
10	Sumber Rezeki	590	643	53	-31,6667	1002,778
11	Kencana	420	450	30	-54,6667	2988,444
12	Kembar Jaya	321	543	222	137,333	18860,444
Jumlah				1016		33096,667



Karena nilai $t_0 > t_{\alpha.df}$ = 5,3469 > 1,7959, maka disimpulan H_0 ditolak dan menerima H_a. Jadi dengan taraf kepercayaan 95% disimpulkan bahwa desain dan warna baru pada kemasan menyebabkan adanya perbedaan penjualan pada minuman mineral merk HASS.

Soal Uji Beda Proporsi

An auditor claims that 10 % of company's invoices are incorrect. To test this claim a random sample 27 invoices is checked and 8 are found to be incorrect. At 1 % significance level, test whether the auditor claim is supported by the sample evidence.

Jawab :

H_0 : p = 10%

H_a : p ≠ 10%

P = 8/27 = 0,29

N = 27

Tα/2 = 2,056

α = 1%

$$z = \frac{P - Po}{\sqrt{\frac{p(1-p0)}{n}}} = \frac{0.29 - 0.10}{\sqrt{\frac{0.10(1-0.10)}{27}}} = 3.29$$

Since tcal (3.29) is less than its critical value Tα/2 = 2,056, the H_0 is rejected.

Soal Uji Beda Dua Proporsi

One of the centers for community learning activities in Jakarta will carry out a package C pursuit program for English subjects. The study group consisted of 2 groups, namely in group A and group B. After the exam was carried out one of the tutors was of the opinion that by looking at the developments in the teaching and learning process, it was believed that the percentage of citizens who passed the English test in these two groups was the same. From the test results, it is known that the proportion of group 1 is 55%, while the proportion of group 2 is 50%. If it is known that the number of residents who take the exam is 40 for group A and 38 for group B. Test the tutor's opinion by α = 1%

Jawab :

$\hat{P}_1$ = 55% = 0,55

$\hat{P}_2$ = 50% = 0,5

n_1 = 40

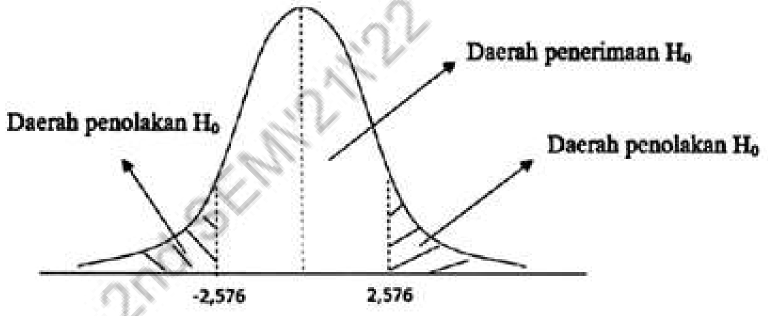
n_2 = 38

Rumusan hipotesis:

H_0 : $P_1 - P_2 = 0$ atau $P_1 = P_2$

H_a : $P_1 - P_2 \neq 0$ atau $P_1 \neq P_2$

$Z\alpha/2.df = Z_{0,005.}(76) = 2,576$



Jika $P = \frac{X}{N}$

$X = P.N$

$X_1 = \hat{P}_1.n_1 = 0{,}55.40 = 22$

$X_2 = \hat{P}_2.n_2 = 0{,}5.38 = 19$

$P = \frac{x1+x2}{n1+n2} = \frac{22+19}{40+38} = \frac{41}{78} = 0{,}5256$

$$Z_0 = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2}{\sqrt{P(1-P)(\frac{1}{n1}+\frac{1}{n2})}}$$

$$= \frac{0{,}55-0{,}5}{\sqrt{0{,}5256(1-0{,}5256)(\frac{1}{40}+\frac{1}{38})}}$$

$$= \frac{0{,}05}{\sqrt{0{,}5256(0{,}4744)(0{,}025+0{,}0263)}}$$

$$= \frac{0{,}05}{0{,}1131} = 0{,}4421$$

Because, the value of the Z_0 lies in the -zα/2.df < Z_0 < zα. df = -2,576 < 0.4421 < 2,576. Then it was concluded that accepting H_0 and rejecting H_a meant that the package B tutor's statement was true that there was no difference in the percentage of citizens who passed the English test in group A and group B.

LATIHAN SOAL

1. Dengan suntikan hormon tertentu pada ayam/ikan akan menambah berat badannya rata-rata 4.5 ton per kelompok. Sampel acak yang terdiri atas 25 kelompok ayam/ikan yang telah diberi suntikan hormon memberikan rata-rata 4.9 ton dan simpangan baku = 0.8 ton. Apakah pernyataan tersebut diterima? Bahwa pertambahan rata-rata paling sedikit 4.5 ton.
2. Pada Universitas Jayabaya rerata nilai mata kuliah Statistika II mahasiswa jurusan manajemen lebih besar atau sama dengan 83, secara random dari populasinya, diambil 10 siswa. dan nilai-nilai ke 10 mahasiswa tersebut adalah sebagai berikut. 50 94 73 71 64

4. The head of the center for wildlife conservation in x county fears that if the amount of forest affected by illegal mining becomes greater and the endemic supply of protected animals and plants is diminishing. By 2018, government data was obtained that 30% of the 100% total forest cover had been affected by illegal programming. This data enhanced by non-profit agencies that move for animal protection that release data from samples of 100 hectares, at least 32 hectares have been damaged by illegal moorings. By taking a 99% measure of trust, a park

6. Sebuah bank swasta “C” mencoba mengumpulkan data banyaknya penarik/transaksi melalui ATM perbulan. Disimpulkan oleh pihak bank bahwa banyaknya penarikan oleh nasabah mereka adalah 5 kali/bulan. Untuk menguji kesimpulan tersebut maka dikumpulkanlah data dari 10 nasabah mengenai banyaknya/frekuensi penarikan/bulan. Data bisa dilihat pada tabel dibawah ini. Dengan menggunakan taraf

No	Penariksn (kali) x
1	6
2	8
3	4
4	1
5	2
6	3
7	4
8	7
9	5
10	9

7. It was expected that the two types of shipments of electronic equipment and kitchens from China to Indonesia by the e-commerce company in Jakarta had been investigated for varying kinds of damages. The electronic items contained 60 damaged goods from 1500 that were shipped, while 1650 appliances contained 45 items that were damaged. Insurance companies claim that there is the same percentage of damage because shipping is carried out in a single shipping along a sea route. By using 5% of e-commerce's companies will test whether the claim is true or not.

8. Dugaan sementara menyebutkan bahwa rata-rata berat badan mahasiswa Universitas Jayabaya jurusan manajemen adalah 65kg. untuk menyelidiki dugaan tersebut diambil sampel sebanyak 20 orang mahasiswa untuk diteliti, dan diperoleh hasil rata-rata berat badan siswa tersebut adalah 64kg dan simpangan baku 12. Buatlah desain hipotesisnya, dan selidiki dengan taraf nyata 5%, dan selidiki apakah hipotesisnya diterima atau ditolak!

Jam					
Kelompok A	2	2	2,3	2,1	2,4
Kelompok B	2,2	1,9	2,5	2,3	2,4

9. Menjelang UAS dua buah kelompok mahasiswa diuji daya tahan belajar mereka dengan meminum kopi yang cukup kental. Kelompok pertama berisi mahasiswa laki-laki dengan jumlah

THANKS!

DO YOU HAVE ANY QUESTIONS?

MODUL - 7

TEORI HIPOTESA SAMPEL BESAR

Teori Hipotesa-II (Sampel Besar)

Kelompok 9

Nadia Salmaniza (2020340250024)

Nurul Zahny Mony (2020340250027)

HIPOTESIS

- Hipotesis adalah asumsi atau dugaan mengenai suatu hal
- Suatu hipotesis bisa benar atau tidak benar, sehingga perlu untuk dilakukan penelitian sebelum hipotesis tsb bisa diterima atau ditolak
- Pengujian hipotesis bukan membuktikan apakah hipotesa benar atau salah, tetapi mengumpulkan kenyataan-kenyataan yang mendukung dan tidak mendukung hipotesis. Jadi yang dilihat adalah berapa besar kemungkinan hipotesis benar atau salah.
- Hipotesis adalah pernyataan keadaan populasi yang akan diuji kebenarannya menggunakan data/informasi yang dikumpulkan melalui sampel
- Jika pernyataan dibuat untuk menjelaskan nilai parameter populasi, maka disebut hipotesis statistik

HIPOTESIS STATISTIK adalah suatu asumsi atau pernyataan yg mungkin benar atau mungkin salah mengenai satu atau lebih populasi

Alur dalam pengujian hipotesis:

DATA (KUANTITATIF) – HIPOTESIS – PENGUJIAN – DECISION RULE – KEPUTUSAN – KESIMPULAN

Dalam statistika, dikenal 2 macam hipotesis:

- Hipotesis nol (H_0), berupa suatu pernyataan tidak adanya perbedaan karakteristik/parameter populasi (selalui ditandai dengan tanda =)
- Hipotesis alternatif (H_1), berupa suatu pernyataan yang bertentangan dengan H_0.

yang diuji dalam hipotesis adalah parameter, maka notasi yang digunakan hipotesis statistika adalah parameter μ (untuk nilai tengah), σ (untuk simpangan baku), dan **p** (untuk proporsi).

PROBABILITAS KESALAHAN

- **P(Kesalahan Tipe I)** = P(menolak hipotesis yang seharusnya diterima)
  $= \alpha$

α disebut juga taraf signifikan, taraf arti, taraf nyata untuk $\alpha = 0.05$: taraf nyata 5%, artinya kira-kira 5 dari tiap 100 kesimpulan akan menolak hipotesis yang seharusnya diterima. Atau kira-kira 95% yakin bahwa kesimpulan yang dibuat benar. Peluang salahnya/kekeliruan sebesar 5%

- **P(Kesalahan Tipe II)** = P(menerima hipotesis yang seharusnya ditolak)
  $= \beta$

Dimana diketahui

- **α** = Taraf nyata atau taraf signifikansi atau probabilitas melakukan kesalahan jenis 1

- **β** = Taraf nyata atau taraf signifikansi atau probabilitas melakukan kesalahan jenis 2

- Makin kecil nilai α, makin kecil pula kemungkinan kesalahan tipe I.
- Jika kesalahan Tipe I (α) diperkecil, maka kesalahan tipe II justru naik (menerima H_0 padahal H_0 salah).
- Untuk setiap α yang ditentukan, besar β dapat dihitung
- Harga $(1 - \beta)$ dinamakan kuasa uji.
- β tergantung pada parameter θ, β atau θ

LANGKAH-LANGKAH PENGUJIAN HIPOTESIS

- Rumuskan H_0 yang sesuai
- Rumuskan hipotesis tandingannya (H_1 atau A) yg sesuai
- Pilih taraf nyata pengujian sebesar α
- Pilih uji statistik yg sesuai dan tentukan daerah kritisnya (daerah penolakan H_0)
- Hitung nilai statistik dari contoh acak berukuran n
- Buat kesimpulan: (tolak H_0 jika statistik mempunyai nilai dalam daerah kritis, selain itu terima H_0)

Arah Pengujian

- Pengujian 2 sisi (*two-tail test*) : Dipakai jika hasil tidak dapat dinyatakan dengan pasti.

  $H_0 : p = p_0, H_1 : p \neq p_0$

- Pengujian 1 sisi (*one-tail test*) : Dipakai jika hasil yang diharapkan dapat dinyatakan dengan pasti.

  $H_0 : p \leq p_o, H_1 : p > p_0$

  $H_0 : p \geq p_o, H_1 : p < p_0$

PENGUJIAN HIPOTESIS MENGENAI NILAI RATA-RATA

Terdapat 2 tipe hipotesis:

- **Pengujian Hipotesis satu arah (atau hipotesis satu sisi)**

Jika hipotesis alternatif menunjukkan tanda > atau <. Hal ini dikarenakan si peneliti atau si perancang hipotesis, menginginkan suatu perubahan satu arah, misalnya apakah meningkat, apakah terjadi penurunan, dan sebagainya.

Contoh: sebuah perusahaan rokok menyatakan bahwa kadar nikotin rata-rata rokok yang diproduksinya *tidak melebihi* 2,5 miligram (tidak melebihi berarti kurang dari, berarti satu arah saja, $H_1 : \mu < 2,5$).

- **Pengujian Hipotesis dua arah (atau hipotesis dua sisi)**

Jika hipotesis alternatif menunjukkan tanda ^{1}. Misalkan $H_0 : \mu = 20$, lawan $H_1 : \mu\ ^1 \neq 20$ Ini berarti hipotesis alternatifnya memiliki dua definisi, $H_1 : \mu > 20$ dan/atau $H_1 : \mu < 20$. Hal ini dikarenakan si peneliti menginginkan suatu perbedaan, yaitu apakah berbeda atau tidak (entah berbeda itu meningkat, atau menurun).

Contoh: sebuah pabrik sereal ingin mengetes unjuk kerja dari mesin pengisinya. Mesin tersebut dirancang untuk mengisi 12 ons setiap boksnya. (karena hanya ingin menguji apakah rata-rata mesin pengisi tersebut dapat mengisi 12 ons setiap boksnya atau tidak, $H_0 : \mu = 12$, dan $H_1 : \mu\ ^1 \neq 12$)

PENGUJIAN PARAMETER θ

a. Hipotesis mengandung pengertian sama

1. $H : \theta = \theta_0$
   $A : \theta = \theta_1$
2. $H : \theta = \theta_0$
   $A : \theta \neq \theta_0$
3. $H : \theta = \theta_0$
   $A : \theta > \theta_0$
4. $H : \theta = \theta_0$
   $A : \theta < \theta_0$

Dengan θ_0 dan θ_1 adalah dua harga yang diketahui. Pasangan nomor 1 dinamakan pengujian sederhana lawan sederhana, sedangkan lainnya pengujian sederhana lawan komposit

b. Hipotesis mengandung pengertian maksimum

$$H : \theta \leq \theta 0$$
$$A : \theta > \theta 0$$

c. Hipotesis mengandung pengertian minimum

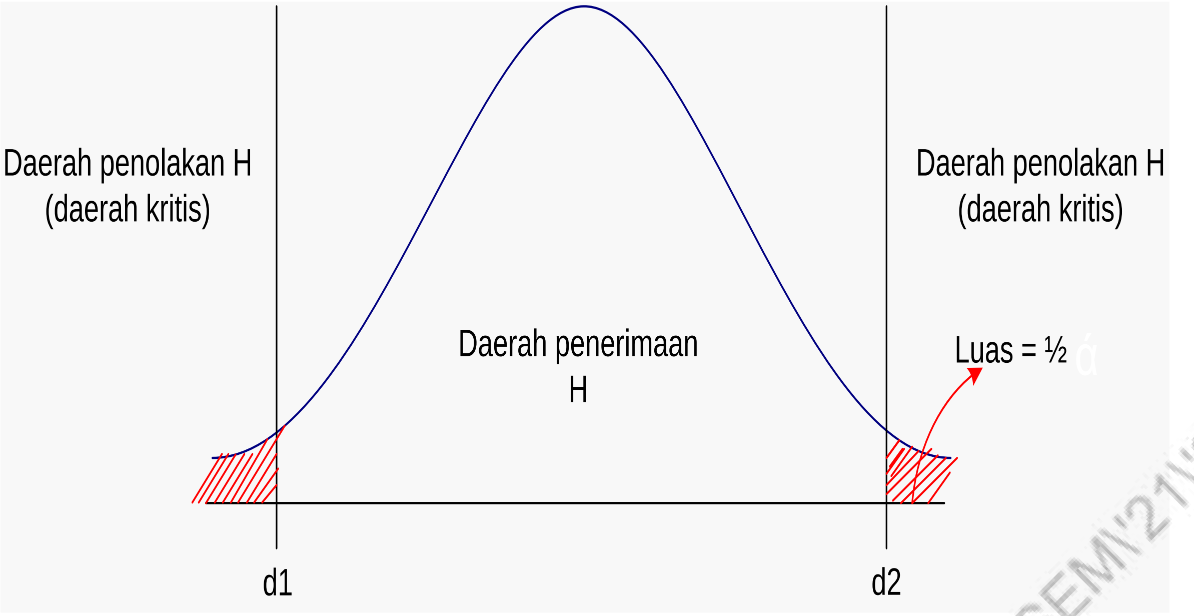
$$H : \theta \geq \theta 0$$
$$A : \theta < \theta 0$$

Dinamakan pengujian komposit lawan komposit

Penentuan Daerah Kritis

- **Jika alternatif A atau H_1 mempunyai perumusan tidak sama**

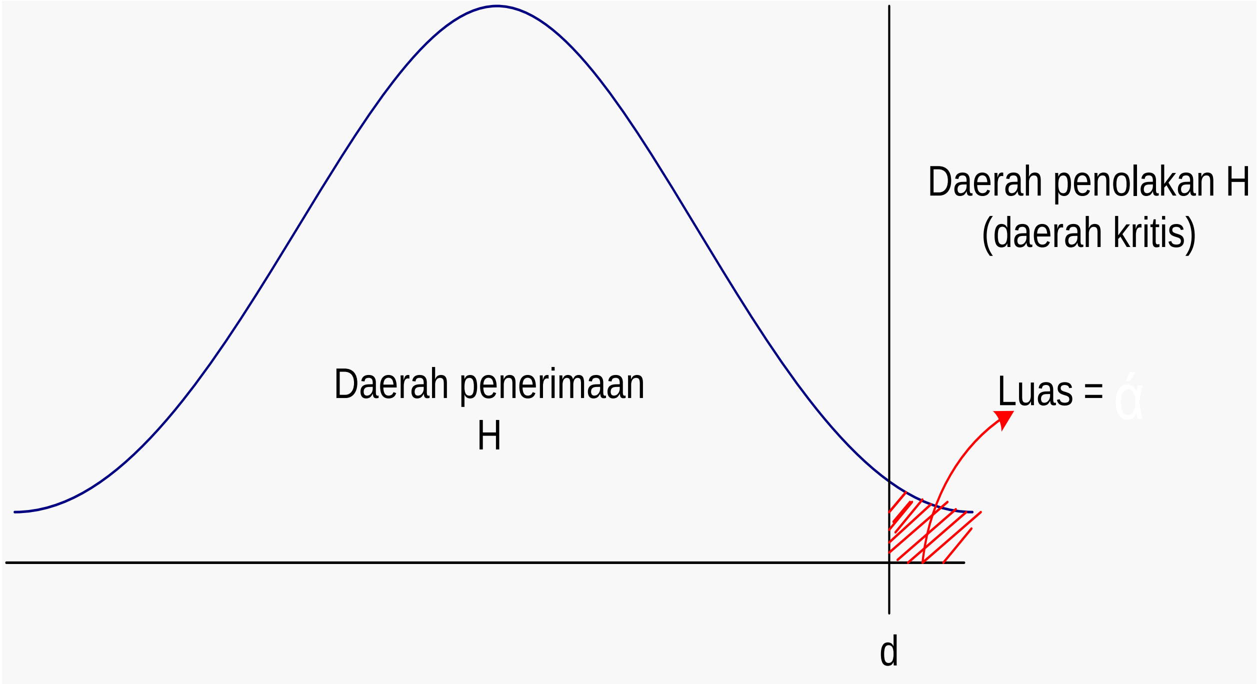
Maka dalam distribusi statistik yang digunakan terdapat dua daerah kritis masing-masing pada ujung distribusi. Luas daerah kritis pada tiap ujung adalah ½ α. Karena adanya dua daerah penolakan ini, maka pengujian hipotesis dinamakan uji dua pihak



Kriteria yang didapat : terima hipotesis H jika harga statistik yang dihitung jatuh antara d1 dan d2, dalam hal lainnya H ditolak

- **Jika alternatif A yang mempunyai perumusan lebih besar**

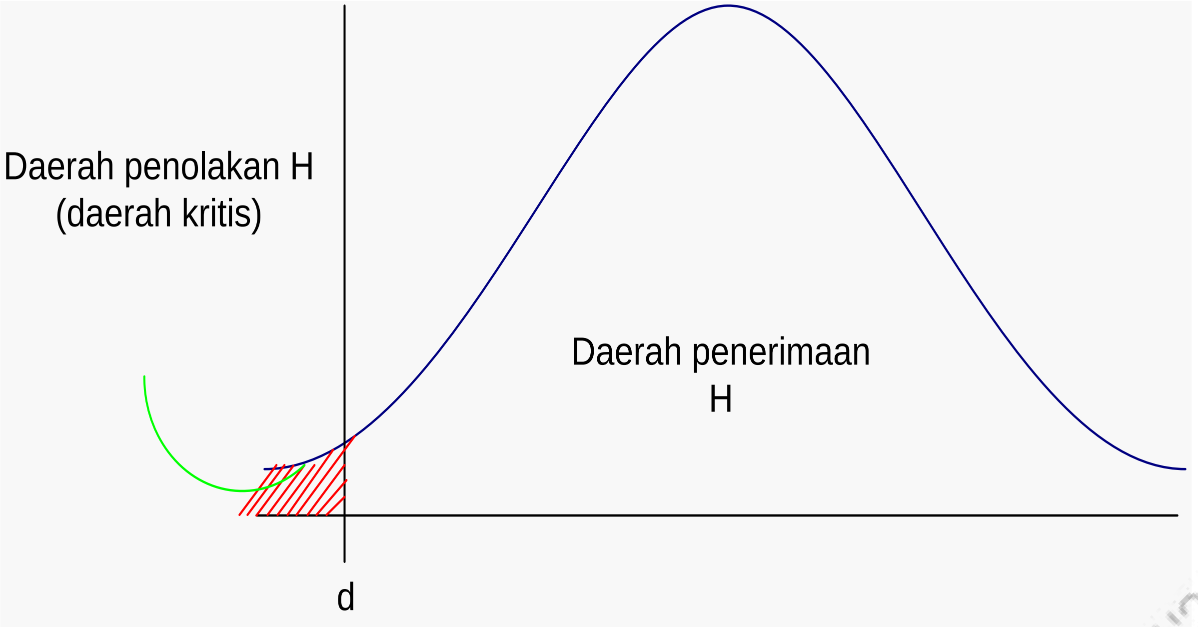
Maka dalam distribusi statistik yang digunakan terdapat satu daerah yang letaknya diujung sebelah kanan. Luas daerah kritis adalah α. Karena adanya satu daerah penolakan ini, maka pengujian hipotesis dinamakan uji satu pihak yaitu pihak kanan



Kriteria yang didapat : tolak H jika statistik yang dihitung berdasarkan sampel tidak kurang dari d dalam hal lainnya terima H

- **Untuk alternatif A yang mempunyai perumusan lebih kecil**

Maka dalam distribusi statistik yang digunakan terdapat satu daerah yang letaknya diujung sebelah kiri. Luas daerah kritis adalah α. Karena adanya satu daerah penolakan ini, maka pengujian hipotesis dinamakan uji satu pihak yaitu pihak kiri



Kriteria yang digunakan : terima H jika statistik yang dihitung berdasarkan penelitian lebih besar dari d sedangkan dalam hal lainnya ditolak

UJI RATA RATA μ (uji dua pihak)

Untuk Hipotesis : H0 : μ = μ0

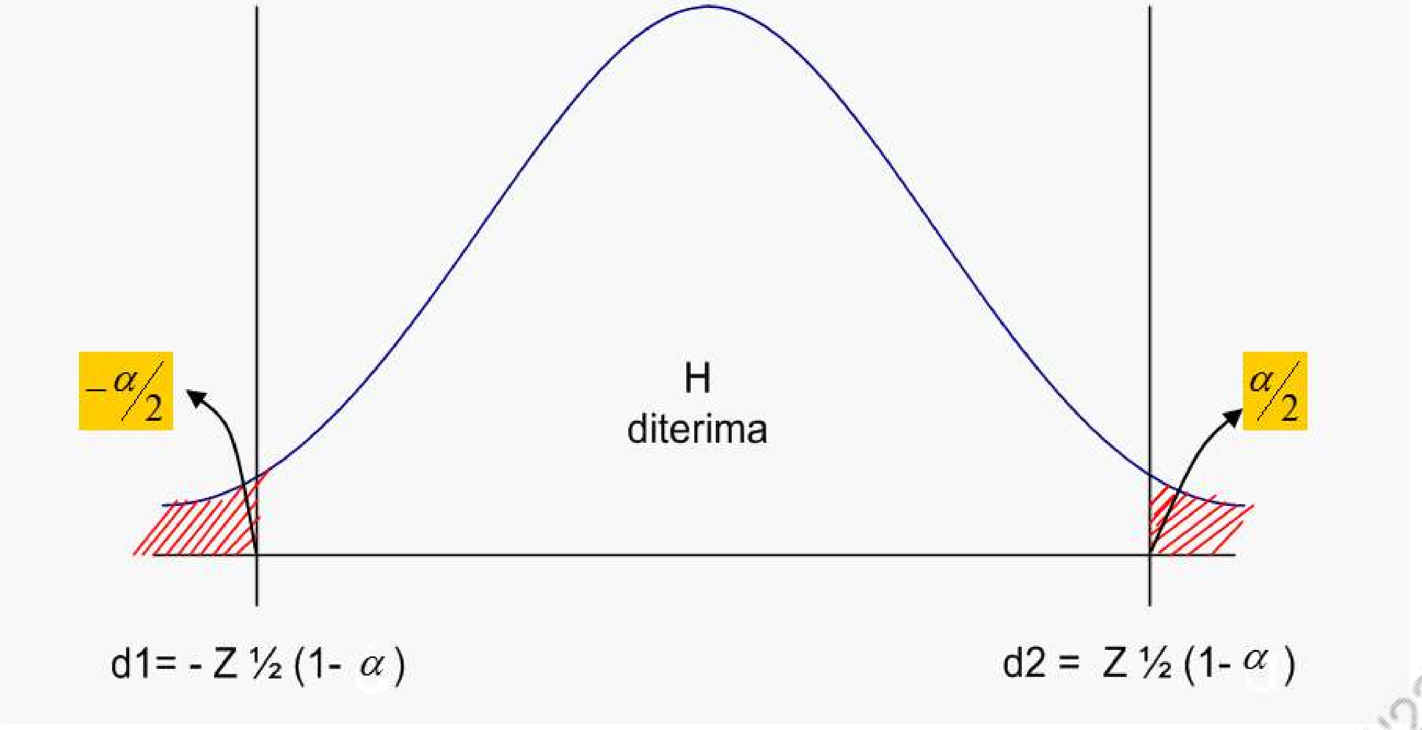
H1 : μ ≠ μ0

RUMUS : $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ $Z_0 = \frac{\bar{x}1 - \bar{x}2}{\sqrt{\frac{\sigma 1^2}{n1} + \frac{\sigma 2^2}{n2}}}$

Ho diterima jika –z1/2(1-α) < z < z1/2(1-α)

Ho ditolak dalam hal lainnya

Gambar kurva



2. σ TIDAK DIKETAHUI

Untuk Hipotesis : H : μ = μ0

A : μ ≠ μ0

RUMUS :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu o}{s / \sqrt{n}}$$

UJI RATA RATA μ (uji satu pihak)

A. UJI PIHAK KANAN

1. σ diketahui

- Persamaan Umum : H : $\mu \leq \mu_0$

  A : $\mu > \mu_0$

- KRITERIA :Tolak H jika $Z \geq Z_{\alpha/2}$

  Terima H jika sebaliknya

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

2. σ TIDAK DIKETAHUI

- RUMUS UMUM : H : $\mu \leq \mu_0$

  A : $\mu > \mu_0$

- KRITERIA : Tolak H jika $t \geq t_{1-\alpha}$

  Terima H jika sebaliknya

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

B. UJI PIHAK KIRI

1. σ DIKETAHUI

- RUMUS UMUM : H : $\mu \geq \mu_0$

  A : $\mu < \mu_0$

- KRITERIA : Tolak H jika $Z \leq -Z_{0,05-\alpha}$

  Terima H jika $Z > -Z_{0,05-\alpha}$

2. σ TIDAK DIKETAHUI

- RUMUS UMUM : H : $\mu \leq \mu_0$

  A : $\mu > \mu_0$

- KRITERIA : Tolak H jika $t \geq t_{1-\alpha}$

  Terima H jika sebaliknya

Uji Proporsi π Dua Pihak

- RUMUS UMUM : $H_0 : \pi = \pi_0$

  $H_1 : \pi \neq \pi_0$

- RUMUS STATISTIK :

  Uji statistik :

  $$Z_0 = \frac{p_0 - q_0}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

- KRITERIA : Terima H jika $-Z_{1/2(1-\alpha)} < Z < Z_{1/2(1-\alpha)}$

  Tolak H jika sebaliknya

Uji Proporsi π Satu Pihak

A. UJI PIHAK KANAN

- RUMUS UMUM : $H : \pi \leq \pi_0$
  $A : \pi > \pi_0$

- KRITERIA : Tolak H jika $Z \geq Z_{0,5-\acute{\alpha}}$
  Terima H jika $Z < Z_{0,5-\acute{\alpha}}$

$$z = \frac{(\bar{p} - p_0)}{\sqrt{p_0 q / n}}$$

B. UJI PIHAK KIRI

- RUMUS UMUM : $H : \pi \geq \pi_0$
  $A : \pi < \pi_0$

- KRITERIA : Tolak H jika $Z \leq -Z_{0,5-\acute{\alpha}}$
  Terima H jika $Z > -Z_{0,5-\acute{\alpha}}$

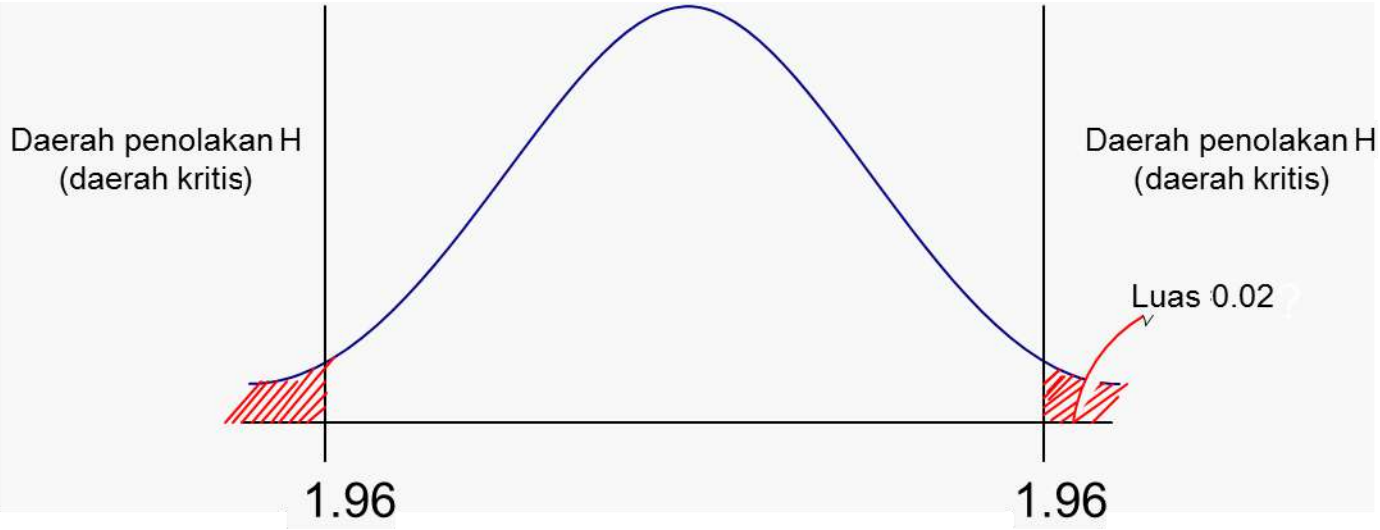
Contoh Soal

UJI RATA RATA μ (uji dua pihak)

1. Kekuatan konstruksi beton ringan selama ini diketahui diketahui sebesar maksimal 17,24 MPa. Seorang peneliti berpendapat kekuatannya tidak sebesar angka tersebut. Untuk itu dilakukan penelitian dengan jalan menguji 50 benda uji. Ternyata rata-ratanya 16,847 MPa. Berdasarkan pengalaman simpangan baku sebesar 2,602335 MPa. Selidiki dengan taraf nyata 0,05 apakah kekuatan berubah atau belum

Penyelesaian :

- H : $\mu = 17{,}24$ MPa
- A : $\mu \neq 17{,}24$ MPa
- $\sigma = 2{,}602335$ MPa
- X = 16,847 MPa
- n = 50
- Dari daftar normal baku untuk uji dua pihak dengan $\alpha = 0.05$ yang memberikan $z_{0.475} = -1.96$



◆Terima H jika z hitung terletak antara -1.96 dan 1.96. Dalam hal lainnya Ho ditolak

◆Dari penelitian sudah didapat z = -1.06786 dan terletak di daerah penerimaan H_0

$$z=\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$Z=\frac{16{,}847-17{,}24}{2.602335/\sqrt{50}}=--1.06786$$

Ho diterima jika $-z_{1/2(1-\alpha)} < z < z_{1/2(1-\alpha)}$
Ho ditolak dalam hal lainnya

◆Jadi H ditolak, kesimpulan kekuatan konstruksi beton ringan masih sekitar 17,24 MPa

2. Pada suatu pabrik pakan dihasilkan rata-rata 15.7 ton sekali produksi. Hasil produksi mempunyai simpangan baku = 1.51 ton. Metode produksi baru, diusulkan untuk mengganti yang lama, jika rata-rata per sekali produksi menghasilkan paling sedikit 16 ton. Untuk menentukan apakah metode yang lama diganti atau tidak, metode pemberian pakan yang baru dicoba 20 kali dan ternyata rata-rata per sekali produksi menghasilkan 16.9 ton. Pemilik bermaksud mengambil resiko 5% untuk menggunakan metode baru apabila metode ini rata-rata menghasilkan lebih dari 16 ton. Bagaimana keputusannya

Penyelesaian :

- H_0 : $\mu \leq 16$, berarti rata-rata hasil metode baru paling tinggi 16 ton, maka metode lama dipertahankan
- H_1 : $\mu \geq 16$, berarti rata-rata hasil metode baru lebih dari 16 ton, maka metode lama dapat diganti
- x = 16.9 ton
- N = 20
- $\sigma = 1.51$
- $\mu_0 = 16$

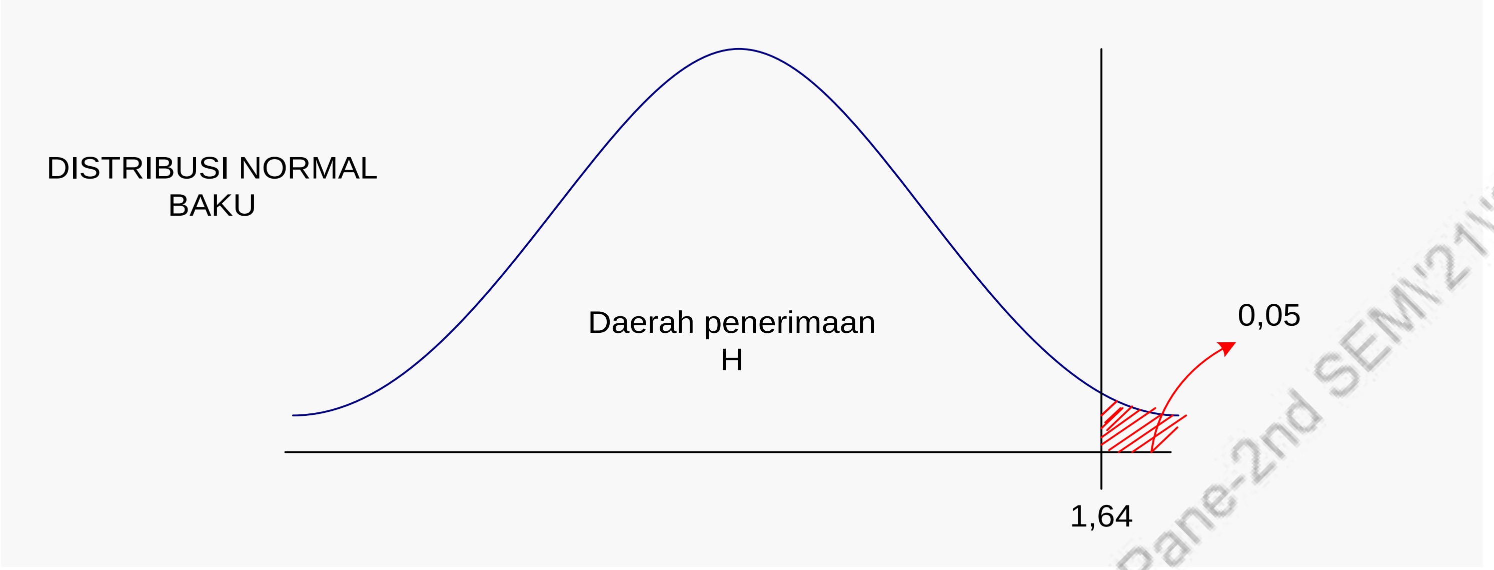
- Dari daftar normal standar dengan $\alpha = 0.05$ diperoleh $z = 1.96$
- Kriteria pengujian : Tolak H jika z hitung lebih besar atau sama dengan 1.96. Jika sebaliknya H diterima
- Dari penelitian didapat $z = 2.65$, maka H ditolak

Tolak H jika $Z \geq Z_{\acute{\alpha}/2}$

Terima H jika sebaliknya

- Kesimpulan metode baru dapat digunakan

Gambar Kurva



3. (SOAL 1 PROPORSI)

Contoh uji 1 proporsi Hasil penelitian yang sudah dilakukan pada SD X, dinyatakan bahwa 40% murid SD tersebut mendapatkan nilai A. Pernyataan tersebut akan diuji dengan derajat kemaknaan 5%, untuk itu diambil sampel sebanyak 250 murid SD dan dilakukan pemeriksaan kembali dan diperoleh 39% diantaranya mendapatkan grade A. Apakah pernyataan tersebut benar?

Solusi

1. H0 : p = 0.4 H1 : p ≠ 0.4

2. Derajat kebebasan = 5% uji 2 sisi titik kritis Zα/2 = 1,96

3. Uji statistik :

$$z = \frac{(\bar{p} - p_0)}{\sqrt{p_0 q / n}}$$

- Statistik hitung :

$$p_0 = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$z = \frac{(\bar{p} - p_0)}{\sqrt{p_0 q/n}} = z = \frac{(0.39 - 0.4)}{\sqrt{0.4x0.6/250}} = \frac{-0.01}{0.03} = -0.33$$

Kesimpulan :

Nilai z = -0,33 > -1,96 sehingga gagal tolak H0 pada

tingkat signifikansi 0.05

Daerah kritis : H0 ditolak pada z<-1,96 atau z>1,96

4. (SOAL 2 PROPORSI)

Seorang ahli farmakologi mengadakan percobaan dua macam obat anti hipertensi. Obat pertama diberikan pada 100 ekor tikus dan ternyata 60 ekor menunjukkan perubahan tekanan darah. Obat kedua diberikan pada 150 ekor tikus dan ternyata 85 ekor berubah tekanan darahnya. Apakah ada perbedaan antara obat pertama dan obat kedua? Ujilah dengan derajat kebebasan 5%

Solusi

1. H0 : p1 = p2 Ha : p1 ≠ p2
2. Derajat kemaknaan = 5% uji 2 arah titik kritis Zα/2 = 1,96
3. Uji statistik :

Uji statistik :

$$Z_0 = \frac{p_0 - q_0}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

4. Daerah kritis :

H0 ditolak jika berada pada z<-1,96 atau z>1,96

5. Statistik hitung :

$$p_1 = \frac{60}{100} = 0.6$$

$$p_2 = \frac{85}{150} = 0.56$$

$$p = \frac{60 + 85}{250} = 0.58 \qquad q = 0.42$$

$$Z_0 = \frac{0.6 - 0.56}{\sqrt{0.58x0.42\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{150}\right)}} = 0.66$$

6. Kesimpulan :

Statistik hitung z = 0.66 < 1,96 sehingga H0 gagal ditolak pada tingkat signifikansi 0.05

MODUL - 8

TEORI DISTRIBUSI KAI - KUADRAT

Uji Chi Kuadrat (X^2) dapat dikatakan sebagai uji proporsi untuk dua peristiwa atau lebih dan data berjenis nominal, sehingga datanya bersifat dikrit. Dalam uji Chi- Kuadrat dihadapkan pada suatu pengujian apakah perbedaan antara frekuensi hasil observasi (disimbolkan fo) dengan frekuensi yang diharapkan pleh peneliti (disimbolkan fe/fh) dari sampel yang terbatas merupakan perbedaan yang signifikan atau tidak.

Rumus :

$$X^2 = \sum \frac{(fe - fo)^2}{fe}$$

Dimana :

fo = frekuensi observasi

fe = frekuensi yang diharapkan (teoritis)

X^2 = Chi-Kuadrat

Catatan :

Bila frekuensi harapn (fe) tidak diketahui maka dapat dicari dengan rumus fe = $\frac{\sum fo}{n}$

Pengujian ini dilakukan untuk menguji hipotesis nihil yang menyatakan proporsi-proporsi dari beberapa individu (sampel) yang diteliti mempunyai sifat/kriteria yang sama. Misalnya proporsi tidak senang, proporsi setuju, proporsi tidk setuju, dll.

Prosedur uji statistic Chi -Kuadrat

A. Membuat hipotesis dalam uraian kalimat

- Ho : fo = fh (fo dan fh sesuai atau fit)
- Ha : fo ≠ fh (fo dan fh tidak sesuai atau tidak fit)

B. Menentukan level of significance

- Disini kita dapat menggunakan taraf keyakinan 80 %, 90%, 95%, 98%, dan 99%. Sesuai dengan taraf keyakinan si penguji, derajat kebebasan ditentukan melalui banyaknya pasang frekuensi dikurangi dengan banyaknya besaran yang dihitung dari hasil observasi (pengamatan) yang digunakan untuk menghitung frekuensi harapann

C. Menghitung X^2_{hitung} dan X^2_{tabel}

- Mengitung nilai X^2_{hitung}
  - Rumus
  - $X^2 = \sum \frac{(fe-fo)^2}{fe}$
- Nilai X^2_{tabel}
  - Nilai dari distribusi X^2_{tabel} tergantung dari derajat bebas (v)/degree of freedom
  - $X^2_{tabel} = X^2_{(\alpha,db)}$ db = k-1, α= derajat bebas (taraf signifikan)

D. Menentukan kriteria pengujian

- Ho diterima Jika $X^2_{hitung} \leq X2_{tabel}$, (α; k-1)
- Ho ditolak Jika $X2^{hitung} > X2_{tabel}$, (α; k-1)

E. Membuat Keputusan

Contoh

Seorang mahasiswa fakultas ilmu komunikasi universitas “Z” dalam penelitiannya ingin mengetahui penggunaan jenis operator seluler yang digunakan buat kartu handphone mereka. Untuk keperluan penelitian tersebuut diambil secara acak 138 orang mahasiswa fakultas ilmu komunikasi universitas “Z” . Dari hasil survey didapat 23 orang memilih simpati, 15 orang memilih XL, 27 orang memilih Esia, 24 orang memilih IM3, 23 orang memilih Mentari dan 16 orang Memilih Frend.

- Pertanyaan : Ujilah pernyataan yang menyebutkan bahwa proporsi mahasiswa memilih operator seluler adalah sama, gunakan taraf nyata 5%

Langkah-langkah menjawab

1. Membuat hipotesis (Ha dan Ho) dalam uraian kalimat

Ho : proporsi mahasiswa fakultas ilmu komunikasi universitas “Z” dalam memilih operator seluler adalah sama

Ha ; proporsi mahasiswa fakultas ilmu komunikasi universitas “Z” dalam memilih operator seluler adalah tidak sama

2. Menentukan taraf signifikan

- Pada penelitian ini digunakan taraf signifikasi α= 5%

3. Menghitung X^2_{hitung}

Rumus : $X^2 = \sum \frac{(fe-fo)^2}{fe}$

a. Tahapan menghitung X^2_{hitung}

1). Membuat tabel penolong

Tabel 1.1 tabel penolong untuk menghitung nilai X^2_{hitung}

Jenis operator	**Frekuensi observasi (fo)**	**Frekuensi harapan (fe)**	**(fo-fe)^2**	**$X^2 = \sum \frac{(fe-fo)^2}{fe}$**
Simpati	23	23	0	0
XL	15	23	64	2,78
Esia	27	23	16	0,7
IM3	24	23	1	0,04
Mentari	23	23	0	0
Frend	26	23	9	0,39
	138			3,91

2). Untuk menetukan nilai (fe) dapat dicari dengan rumus

- fe = $\frac{\sum fo}{n} = \frac{138}{6}$ = 23

3). Menentukan nilai X^2_{hitung} dengan rumus $X^2 = \sum \frac{(fe-fo)^2}{fe}$

- $X^2 = \sum \frac{(fe-fo)^2}{fe} = \frac{(23-23)^2}{23} + \frac{(15-23)^2}{23} + \frac{(27-23)^2}{23} + \frac{(24-23)^2}{23} + \frac{(23-23)^2}{23} + \frac{(16-23)^2}{23}$ = 3,91

b. Nilai X^2_{tabel}

- Nilai dari distribusi X^2_{tabel} tergantung dari derajat bebas (v)/ degree of freedom
- $X^2_{tabel} = X^2_{(\alpha,db)}$
- Dengan n = 6, α = 5%
- $X^2_{tabel} = X^2_{(\alpha,db)}$, db = n-1 = 6-1 = 5
- Nilai $X^2_{tabel} = X^2_{(0,05,5)}$ lihat tabel Chi Kuadrat = 11,07

4. Kaidah pengujian

- Jika $X^2_{hitung} \leq X^2_{tabel}$, maka diterima Ho
- Jika $X^2_{hitung} > X^2_{tabel}$, maka ditolak Ho

5. Membandingkan antara X^2_{hitung} dan X^2_{tabel}

- Ternyata $X^2_{hitung} = 3{,}91 \leq X^2_{tabel} = 11{,}07$ maka diterima Ho

6. Membuat keputusan

- Karena $X^2_{hitung} \leq X^2_{tabel}$, maka Ho diterima, sehingga keputusannya adalah proporsi mahasiswa fakultas ilmu komunikasi universitas “Z” dalam memilih operator telepon seluler adalah sama.

Uji independen digunakan untuk menguji ada tidaknya pengaruh suatu variable (sampel) terhadap variasi (sampel) lainnya yang dibagi menjadi beberapa subvariabel. Misalnya pengaruh tingkat pendapatan terhadap pola konsumsi, pengaruh usia terhadap kemangkiran bekerja, pengaruh usia terhadap tingkat produktivitas kerja, dsb.

Langkah pengujiannya adalah sbb.

1. Menentukan Ho dan Ha

   - Ho : P11 = P12 = P13 = P14 = ….. = P1.k
     - P21 = P22 = P23 = P24 = ….. = P2.k
     - P31 = P32 = P33 = P34 = ….. = P3.k
     - P41 = P42 = P43 = P44 = ….. = P4.k
   - Ha : P11 ≠ P12 ≠ P13 ≠ P14 ≠ ….. = P1.k
     - P21 ≠ P22 ≠ P23 ≠ P24 ≠ ….. = P2.k
     - P31 ≠ P32 ≠ P33 ≠ P34 ≠ ….. = P3.k
     - P41 ≠ P42 ≠ P43 ≠ P44 ≠ ….. = P4.k

2. Menetukan level of significance

3. Kriteria pengujian

   - Ho diterima Jika $X^2_{hitung} \leq$ X2tabel, α;(r-1)(k-1)
   - Ho ditolak Jika X2hitung > X2tabel, α;(r-1)(k-1)

4. Pengujian dengan rumus $X^2 = \sum \frac{(fo-fh)^2}{fh}$

Kesimpulan

Contoh

Riset sebuah perusahaan mengenai pengaruh usia terhadap tingkat kemangkiran karyawan yang bekerja di perusahaan tersebut selama satu tahun menunjukkan angka-angka berikut

Tabel 3.1 hasil riset pengaruh usia terhadap kemangkiran karyawan

		Usia karyawan (tahun)			
		20-35	36-50	51-65	66 ≤
Kemangkiran (hari)	1 – 5	20	13	4	3
	6-10	15	15	9	5
	11-15	8	5	16	10
	16 ≤	2	7	25	10
Jumlah		45	40	54	28

Dengan menggunakan alfa 5%, ujilah pendapat yang menyatakan bahwa usia dan tingkat kemangkiran karyawan bersifat independen satu sama lain!

- Langkah pengujian :

a. Menentukan Ho dan Ha

- Ho : $\frac{20}{45} = \frac{13}{40} = \frac{4}{54} = \frac{3}{28}$
  - $\frac{15}{45} = \frac{15}{40} = \frac{9}{54} = \frac{5}{28}$
  - $\frac{8}{45} = \frac{5}{40} = \frac{16}{54} = \frac{10}{28}$
  - $\frac{2}{45} = \frac{7}{40} = \frac{25}{54} = \frac{10}{28}$
  - semua proporsi usia karyawan terhadap tingkat kemahirannya adalah sama, atau tidak terdapat pengaruh usia karyawan terhadap tingkat kemangkirannya
- Ha :tidak semua proporsi usia karyawan terhadap tingkat kemangkirannya adalah sama, atau terdapat pengaruh usia karyawan terhadap tingkat kemangkirannya.

b. Menentukan level of significance

- Kita menggunakan taraf keyakinan 95% dan alfa 5%

c. Kriteria pengujian

- X^2 α;(r-1)(k-1) = X^2 5% (4-1)(4-1) = X^2 (5%;9) = 16,919
- Ho diterima jika X^2 hitung ≤ 16,919
- Ha ditolak jika X^2 hitung > 16,919

d. Pengujian

- Rumus umum :
- $X^2 = \frac{\sum(fo - fh)^2}{fh}$
- Fh = $\frac{(\sum Baris) - (\sum Kolom)^2}{Total}$
- Perhitungan frekuensi harapan (fh) :

1). Kemangkiran 1-5 hari:

- Usia 20 – 35 : fh1 = $\frac{(40)(45)}{167}$ = 10,78
- Usia 36 – 50 : fh2 = $\frac{(40)(40)}{167}$ = 9,58
- Usia 51 – 65 : fh3 = $\frac{(40)(54)}{167}$ = 12,93
- Usia 66 ≤ : fh4 = $\frac{(40)(28)}{167}$ = 6,71

2). Kemangkiran 6-10 hari

- Usia 20 – 35 : fh5 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 11,86
- Usia 36 – 50 : fh6 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 10,54
- Usia 51 – 65 : fh7 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 14,23
- Usia 66 ≤ : fh8 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 7,38

3). Kemangkiran 11-15 hari

- Usia 20 – 35 : fh9 = $\frac{(39)(45)}{167}$ = 10,51
- Usia 36 – 50 : fh10 = $\frac{(39)(45)}{167}$ = 9,34
- Usia 51 – 65 : fh11 = $\frac{(39)(45)}{167}$ = 12,61
- Usia 66 ≤ : fh12 = $\frac{(39)(45)}{167}$ = 6,54

4). Kemangkiran 16 ≤ hari :

- Usia 20 – 35 : fh13 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 11,86
- Usia 36 – 50 : fh14= $\frac{(44)(45)}{167}$ = 10,54
- Usia 51 – 65 : fh15 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 14,23
- Usia 66 ≤ : fh16 = $\frac{(44)(45)}{167}$ = 7,38

Perhitungan X^2 :

e. Kesimpulan

- Karena X^2 hitung = 46,565 > 16,565 , Ho ditolak, berarti tidak semua proporsi usia karyawan terhadap tingkat kemangkirannya adalah sama

Dimana uji ini akan mengetes apakah frekuensi nyata (hasil pengamatan/ observasi) sesuai dengan frekuensi harapan.

- Contoh soal:
- Berikut adalah tabel distribusi frekuensi nilai statistic dari 50 mahasiswa

Tabel 4.1 distribusi frekuensi nilai statistic dari 50 mahasiswa

Interval nilai	Jumlah mahasiswa
1 – 20	5
21 – 40	15
41 – 60	17
61 – 80	10
81 – 100	3
Total	50

Dengan menggunakan α = 1%

Tabel 5.1 perhitungan tepi kelas, nilai Z, probilitas, selisih dan fh

	0,50	-2,18	0,4854		
	20,50	-1,27	0,3925	0,0929	4,645
	40,50	-0,30	0,1179	0,2746	13,73
	60,50	0,64	0,2389	0,1210	6,05
	80,50	1,58	0,4429	0,2040	10,20
	100,50	2,52	0,4941	0,0512	2,56

a. Nilai Z = $\frac{(X-\bar{X})}{s}$ dimana X ditentukan oleh tepi kelas (0,50 ; 20,50 ; …;100,50)

Disini harus dicari rata-rata dan deviasi standar (S) data berkelompok

$\bar{X} = \frac{\sum FM}{N}$ dan S = $\sqrt{\frac{\sum F(M-\bar{X})}{N-1}}$

Tabel 6.1 perhitungan Mean

Interval nilai	F	M	FM	F (M - $\bar{X}$)
1 – 20	5	10,50	52,50	5 $(10,50 - 46,9)^2$ = 6624,80
21 – 40	15	30,50	457,50	15 $(30,50 - 46,9)^2$ = 4034,40
41 – 60	17	50,50	858,50	17 $(50,50 - 46,9)^2$ = 220,32
61 – 80	10	70,50	705,00	10 $(70,50 - 46,9)^2$ = 5569,60
81 – 100	3	90,50	271,50	3 $(90,50 - 46,9)^2$ = 5702,88

$\bar{X} = \frac{2345}{50}$ = 46,90

S = $\sqrt{\frac{22.152}{50-1}}$ = 221,26

Perhitungan nilai Z :

Z1 = $\frac{0,50-46,9}{21,26}$ = -2,18

Z2 = $\frac{20,50-46,9}{21,26}$ = -1,24

Z1 = $\frac{40,50-46,9}{21,26}$ = -0,30

Z1 = $\frac{60,50-46,9}{21,26}$ = 0,64

Z1 = $\frac{80,50-46,9}{21,26}$ = 1,58

Z1 = $\frac{100,50-46,9}{21,26}$ = 2,52

b. Nilai probabilitas ditentukan oleh nilai Z melalui tabel luas kurva normal

c. Selisih/ beda diperoleh dari nilai probilitas besar dikurangi nilai probabilitas kecil

- Missal : 0,4854 – 0,3925 = 0,0929
- 0,3925 – 0,1179 = 0,2746

d. Frekuensi harapan (fh) diperoleh dari selisih/beda dikalikan total fo

- Missal : 0,9260 X 50 = 46,3
- 0,2746 X 50 = 13,73

LangkAH PENGUJIAN

a. Menentukan ho dan ha

- Ho : fo = fh (fo dan fh sesuai atau fit)
- Ha : fo ≠ fh (fo dan fh tidak sesuai atau tidak fit)

b. Menentukan level of significance

- Menggunakan taraf keyakinan 99% dan toleransi kesalahan 1%

c. Kriteria pengujian

- $X^2\alpha$; (db), dimana db =k-3, k= banyaknya kelas (5 kelas) dan 3= besaran statistic (mean, deviasi standar standar unit), jadi $x^2$1%; (5-3)= $x^2$1%; (2) = 9,210
- Ho diterima jika x^2 hitung ≤ 9,210
- Ho ditolak jika x^2 hitung > 9,210

d. Pengujian

- $X^2 = \sum \frac{(fo-fh)^2}{fh} = \frac{(5-4,4645)^2}{4,645} + \frac{(15-13,73)^2}{13,73} + \frac{(17-6,05)^2}{6,05} + \frac{(10-10,20)^2}{10,20} + \frac{(3-2,56)^2}{2,56}$
- = 0,027 + 0,117 + 19,818 + 0,0039 + 0,078 = 20,0439

e. Kesimpulan

- Karena x^2 hitung = 20,0439 > 9,210, Ho ditolak , berarti frekuensi nyata (observasi) tidak sesuai/tidak fit dengan frekuensi harapan. Atau distribusi jumlah mahasiswa bukan merupakan sampel dari populasi yang berdistribusi normal.

Chi-Kuadrat Untuk Pengujian Hipotesis

Suatu survei pendahuluan yang terbatas ingin mengetahui tingkat golput dalam pemilihan umum tahun 2009. Kategori subjek dipilah berdasarkan pendidikan tertinggi, yakni tidak berpendidikan (TP), sekolah dasar (SD), sekolah menengah pertama (SMP), sekolah menengah atas/kejuruan (SMA/K), diploma (D1-D3), dan sarjana (D4, S1-S3). Survey dilakukan di lima kota besar di Indonesia dengan sampel acak 1.000 subjek. Komposisi sampel berdasarkan tingkat pendidikan adalah TP = 220; SD = 200; SMP = 180; SMA/K= 160; diploma = 140; sarjana; 100.

Berdasarkan verivikasi dan analisis data diperoleh gambaran distribusi data kasar golput, yaitu TP=120; SD=110; SMP=90; SMA/K=85; diploma=75; sarjana=60. Distribusi data kasar orang yang bukan golput adalah TP = 100; SD=90; SMP=90; SMA/K=75; diploma=65; sarjana=40. Berdasarkan data kasar yang telah terkumpul, peneliti belum memperoleh gambaran apa pun. Agar peneliti memperoleh petunjuk yang jelas, yaitu apakah ada perbedaan antara orang yang akan menjadi golput dan tidak golput, data kasar tersebut harus diolah untuk memperoleh nilai x^2.

Cara yang ditempuh untuk memperoleh x^2 adalah dengan menghitung fh (frekuensi harapan) berdasarkan fo (frekuensi observasi). Formula untuk menghitung adalah :

- Fh = $\frac{(ns)(ni)}{N}$
- Keterangan :
- fh = frekuensi harapan,
- ns = jumlah subsample,
- nj = jumlah jawaban
- N = jumlah sampel

Tugas berikutnya adalah membuat tabel persiapan fo dan fh

Tabel 7.1. Frekuensi observasi (fo)

No	**Subsampel**	**Golput**	**Memilih**	**Jumlah**
1	TP	120	100	220
2	SD	110	90	200
3	SMK	90	90	180
4	SMA/K	85	75	160
5	Diploma	75	65	140
6	Sarjana	60	40	100
	Jumlah	540	460	1.000

Tabel 8.1. Frekuensi harapan (fh)

No	Subsampel	Golput	Memilih	Jumlah
1	TP	118,8	101,2	220
2	SD	108,0	92,0	200
3	SMK	97,2	82,8	180
4	SMA/K	86,4	73,6	160
5	Diploma	75,6	64,4	140
6	Sarjana	54,0	46,0	100
	Jumlah	540	460	1.000

Berdasarkan tabel fo dan fh, langkah selanjutnya adalah mempersiapkan tabel kerja untuk menghitung chi-kuadrat

Tabel 9.1 Tabel kerja untuk menghitung chi-kuadrat golput dalam pemilu 2009

Subsampel kategori	**Fo**	**fh**	**fo-fh**	**(fo-fh)^2**	$\frac{(fo-fh)^2}{fh}$
TP					
Golput	120	118,8	+1,2	1,44	0,012
Memilih	100	101,2	-1,2	1,44	0,014
Jumlah golongan	220	220	0,0	-	0,026
SD					
Golput	110	108,0	+2,0	4,00	0,037
Memilih	90	92,0	-2,0	4,00	0,043
Jumlah golongan	200	200	0,0	-	0,080
SMP					

LANJUTANNYA

Golput	**85**	**86,4**	**-1,4**	**1,96**	**0,023**
Memilih	75	73,6	+1,4	1,96	0,027
Jumlah golongan	160	160	0,0	-	0,050
Diploma					
Golput	75	75,6	-0,6	0,36	0,005
Memilih	65	64,4	+0,6	0,36	0,006
Jumlah golongan	140	140	0,0	-	0,011
Sarjana					
Golput	60	54,0	+6,0	36,00	0,667
Memilih	40	46,0	-6,0	36,00	0,783
Jumlah golongan	100	100	0,0	-	1,450
TOTAL	1000	1000	0,0	-	2,776

Pekerjaan selanjutnya adalah menguji $x^{2.}$. Pada alfa atau taraf signifikansi tertentu. Untuk pengujian tersebut dibutuhkan derajat kebebasan. Derajat kebebasan dihitung berdasarkan kolom dan baris, yakni kolom dikurangi satu dikalikan baris dikurangi satu. Kolom untuk survey tersebut dua dan barisnya enam sehingga perhitungannya adalah : dk = (2-1)(6-1) = 5. Periksa pada tabel Chi –Kuadrat taraf signifikansi 1% dengan derajat kebebasan 5. Berdasarkan tabel chi-kuadrat teoritis 15,086. Harga chi-kuadrat empiris berada jauh dibawah harga chi-kuadrat teoritis. Kesimpulannya adalah bahwa tingkat pendidikan tidak membedakan dalam memilih pada pemilu 2009.

Chi-Kuadrat Untuk Uji Normalitas

Salah satu syarat analisis statistik adalah bahwa data empiris berdistribusi normal. Untuk uji normalitas data menggunakan perangkat SPSS, peneliti bisa menguji Kolmogorow-Smirnov (KZ). Sedangkan untuk uji normalitas secara manual, tersedia chi-kuadrat. Cara yang ditempuh untuk uji normalitas dengan chi-kuadrat adalah :

1. Menyusun data dalam distribusi frekuensi
2. Menghitung nilai rata-rata
3. Menghitung standar deviasi
4. Menghitung luas daerah dibawahkurva normal masing-masing kelas interval.

Perhatikan contoh berikut :

Tabel 10.1 Nilai hasil ujian Pengantar Statistika 80 mahasiswa S1 Jurusan Sistem Komputer STMIK Raharja:

Interval Kelas	Frekuensi (f)	Titik Tengah (X)	Fx
45-49	6	47	282
40-44	10	42	420
35-39	12	37	444
30-34	17	32	544
25-29	14	27	378
20-24	9	22	198
15-19	6	17	102
10-14	6	12	72
-	80	-	2.440

Guna memperoleh luas daerah dibawah kurva normal, kita memerlukan satu tabel lagi, yaitu tabel frekuensi harapan.

Tabel 11.1. Frekuensi harapan berdasarkan luas daerah kurva normal.

Batas Kelas	Z untuk Batas Kelas	Luas Daerah Kurva Normal	Luas Tiap Kelas Interval	fo	fh	fo-fh	(fo-fh)²	$\frac{(fo-fh)^2}{fh}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
49,50	+1,95	0,474	0,0493	6	3,944	+2,056	4,227136	1,07179
44,50	+1,44	0,4251	0,1013	10	8,104	+1,896	3,594818	0,44359
39,50	+0,93	0,3238	0,1647	12	13,176	-1,176	1,382976	0,10496
34,50	+0,41	0,1591	0,2029	17	16,232	+0,768	0,589824	0,03634
29,50	-1,10	0,0438	0,1886	14	15,088	-1,088	1,183744	0,07846
24,50	-0,62	0,2324	0,1384	9	11,072	-2,072	4,293184	0,38775
19,50	-1,13	0,3708	0,0797	6	6,376	-0,376	0,141376	0,02217
14,50	-1,65	0,4505	0,0341	6	2,728	+3,272	10,705984	3,92448
9,50	-2,16	0,4846	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	6,06954

Berdasarkan tabel diatas, setelah melalui perhitungan yang panjang diperoleh x^2 sebesar 6,06954. Langkah selanjutnya adalah menguji x^2 yang dibandingkan dengan x^2 tabel. Terdapat perbedaan dalam menentukan derajat kebebasan untuk uji normalitas. Menurut Soedjano (2008), banyaknya kelas dikurangi tiga, sedangkan Hadi (2007), sel fh dikurangi satu. Menurut Soedjana, derajat kebebasannya adalah 8-3 = 5, sedangkan menurut Hadi, 8-1 = 7. Marilah kita uji dengan pendapat ahli tersebut. Pertama dengan dk = 5 pada taraf signifikansi 1% chi-kuadrat tabel sebesar 15,086. Kedua dengan dk = 7 chi-kuadrat sebesar 18,475. Ternyata chi-kuadrat tabel hitung , yakni 6,06954 berada jauh dibawah chi-kuadrat tabel baik menurut pendekatan Soedjana maupun Hadi.

TEORI REGRESI DAN KORELASI LINEAR SEDERHANA

MODUL - 9

TEORI

REGRESI DAN KORELASI

LINIER SEDERHANA

TEORI REGRESI DAN KORELASI

- Regresi adalah bentuk hubungan antara variable bebas X dengan variable tak bebas Y, yang dinyatakan dalam bentuk fungsi matematis Y = f(X). Banyak variable dalam model dan sifat linieritaspada regresi di bedakan menjadi dua, yaitu :

a.Regresi Linier

Regresi Linier adalah bentuk hubungan dimana variable bebas X maupun variable tergantung Ysebagai faktor yang berpangkat satu. Regresi linier ini di bedakan menjadi :

1)Regresi linier sederhana dengan bentuk fungsi : Y = a + bX + e,

2)Regresi linier berganda dengan bentuk fungsi : Y = b0 + b1 X1 + . . . + b1 X1 + e

- b.Regresi Non Linier

Regresi non linier adalah bentuk hubungan antara fungsi dimana variable bebas X dan dan atau variable tak bebas Y dafat berfung sebagai faktor atau variable dengan pangkat tertentu.

1)Regresi polinomial ialah regresi dengan sebuah variable bebas sebagai faktor dengan pangkat tertentu.

Rumus polinomial adalah sebagai berikut :

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + .. + a_n x^n$$

2)Regresi ekpotensial

Regresi ekspotensial ialah regresi dimana variable bebas X berfungsi sebagai pangkat atau eksponen.

Manfaat dan Guna Regresi

- 1.Membuat estimasi rata-rata dan nilai variabel tergantung dengan didasarkan pada nilai variabel bebas.
- 2.Untuk menguji hipotesis karakteristik dependensi.
- 3.Meramalkan nilai rata-rata variabel bebas yang didasari nilai variabel bebas diluar jangkauan sample.

Regresi Linier Sederhana

Regresi linier sederhana merupakan regresi dengan menggunakan satu variable bebas sebagai penaksir perubahan variable tergantung.

- Dengan kata lain, analisis regresi linier sederhana adalah proses mengintimidasi (menaksir) sebuah fungsi hubungan antara variable tergantung (Y) dengan variable bebas (X). Dalam suatu persamaan regresi besarnya nilai variable tergantung pada nilai variable lainnya.

Bentuk hubungan yang paling sederhana antara variable X dan varibale Yadalah bentuk garis lurus atau berbentuk hubungan linier yang disebut dengan regresi linier sederhana. Persamaan regresi linier sederhana adalah : =

Jika skala pengukuran data dari dua variable yang akan dianalisis merupakan skala interval atau rasio maka untuk menjelaskan pengaruh antara kedua variable tersebut dapa dilakukan dengan menggunakan regresi sederhana. Misalkan kedua variable tersebut adalah X dan Y, maka pengaruh pengaruh X terhadap Y dianalisis melalui regresi sederhana Y atas X. Variable X disebut variable bebas (pridector) dan variable Y disebut variable tak bebas (cretion). Asosiasi antara variable X dan Y dinyatakan dalam suatu persamaan atau medel matematika sebagai berikut :

Model Regresi : Y = (populasi)

Fungsi Taksiran : $\bar{Y}$ = a + bX (sampel) Persamaan regresi :

$$Y = a + bX + \varepsilon$$

Y = *Nilai yang diramalkan*
a = *Konstansta*
b = *Koefesien regresi*
X = *Variabel bebas*
ε = *Nilai Residu*

Di mana a = konstanta, b = koefisien regresi (slope), yang nilainya dapat diperoleh dari data sampel. Untuk memperoleh nilai a dan b dibutuhkan pasangan data (X,Y) sebanyak n. Misalkan pasangan data variable X dan Y disajikan sebagai berikut.

No	X	Y
1	X_1	Y_1
2	X_2	Y_2
3	X_3	Y_3
.	.	.
.		.
N	x_n	Y_n

Pada analisis regresi data variable X dan Y mensyaratkan data sampel yang terpilih harus random, berdistribusi normal, dan homogen. Dari perhitungan melalui pasangan data (X,Y) minimal dapat ditentukan :

1.Persamaan atau model regresi Y atas X

2.Linieritas regresi dan signifikasi regresi Y atas X

3.Koefisien korelasi dan koefisien determinasi

Persamaan regresi sederhana:Y= a + bxKet:Y = variabel kriteriumX= variabel prediktora = variabel konstanb = koefisien arah regresi linierDimana harga a dan b sebagai berikut:

$$a = \frac{\left(\sum Y\right)\left(\sum X^2\right) - \left(\sum X\right)\left(\sum XY\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2} \qquad b = \frac{n\sum XY - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{n\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}$$

Rumus Regresi Linear Sederhana

Bentuk umum regresi linear sederhana dituliskansebagai:

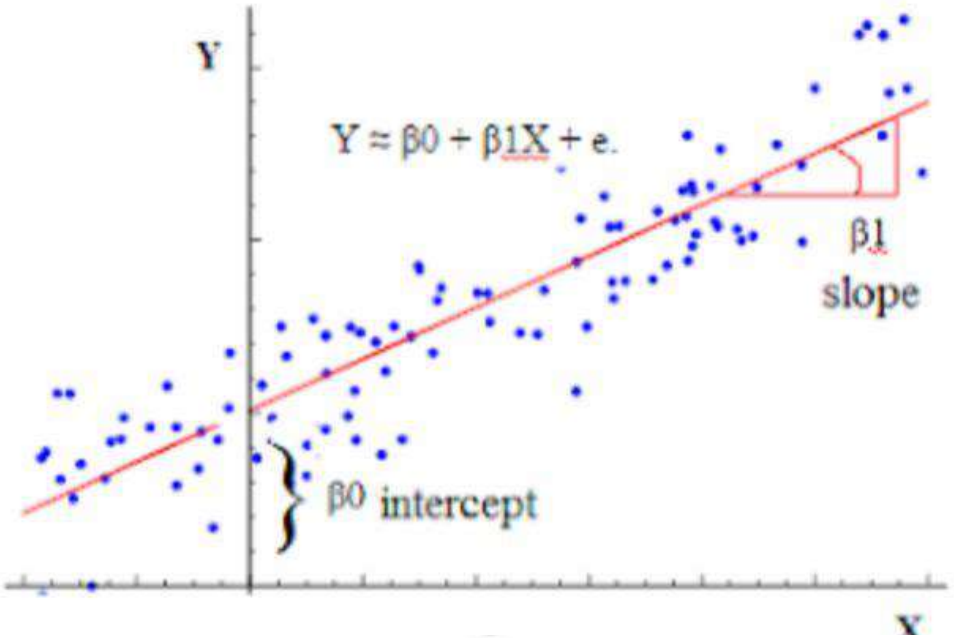
Y=a+bX

Keterangan:a: konstanta (titik potong y)

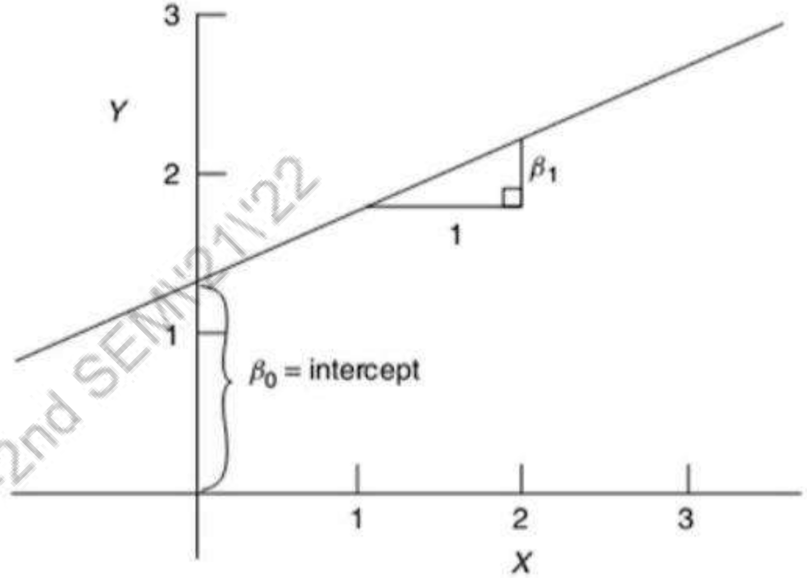
b: koefisien dari variabel X

Y: variabel dependen

X: variabel independen



$$E(Y|X = x) = \beta_0 + \beta_1 x.$$



Korelasi Sederhana

Korelasi sederhana merupakan suatu teknik statistik yang digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan dua variabel dan juga untuk dapat mengetahui bentuk hubungan antara dua variabel tersebut dengan hasil yang sifatnya kuantitatif. Kekuatan hubungan antara dua variabel yang dimaksud disini adalah apakah hubungan tersebut ERAT, LEMAH, ataupun TIDAK ERAT sedangkan bentuk hubungannya adalah apakah bentuk korelasinya Linear Positif ataupun Linear Negatif. Dalam statistik kita mengenal hubungan antar dua variabel, yang digunakan untuk mengukur ada atau tidak hubungan antar variabel disebut Korelasi.

Korelasi yang terjadi antara dua variabel

Berikut adalah jenis-jenis korelasi yang dapat terjadi antara dua variabel.

- Korelasi Positif adalah korelasi dua variabel, apabila variabel independen (X) meningkat atau turun maka variabel dependen (Y) cenderung untuk meningkat atau turun.
- Korelasi Negatif adalah korelasi dua variabel, apabila variabel independen (X) meningkat atau turun maka variabel dependen (Y) cenderung untuk turun atau meningkat.

Tidak ada Korelasi terjadi apabila kedua variabel X dan Y tidak menunjukan adanya hubungan.

Korelasi Sempurna adalah korelasi dari dua variabel yang benar-benar terjadi.

- Koefisien Korelasi Sederhana

Koefisien korelasi (r) merupakan indeks atau bilangan yang digunakan untuk mengukur keeratan hubungan antar variabel. Berikut adalah rumus dari koefisien korelasi.

$$r = \frac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{(n\sum X^2 - (\sum X)^2)(n\sum Y^2 - (\sum Y)^2)}}$$

dimana

X = Variabel independen
Y = Variabel dependen
n = Banyaknya sampel

Dengan nilai dari r antara -1 dan 1 $(-1 \leq r \leq 1)$.

- Interval Keeratan Korelasi Antar Variabel

1. $r = 0$ tidak ada korelasi
2. $0 < r \leq 0{,}20$ korelasi sangat lemah sekali
3. $0{,}20 < r \leq 0{,}40$ korelasi lemah sekali
4. $0{,}40 < r \leq 0{,}70$ korelasi yang cukup kuat
5. $0{,}70 < r \leq 0{,}90$ korelasi yang kuat
6. $0{,}90 < r < 1{,}00$ korelasi sangat kuat
7. $r = 1$, korelasi sempurna

Koefisien determinasi (R Square atau R kuadrat)

Menghitung koefisien korelasi (r)Seperti halnya perhitungan

menghitungkoefisien korelasi atau nilai r menggunakan

berikut:

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}}$$

Konsentrasi (mg/L) (X)	Absorbansi (Y)	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
0.00	0	-0.375	0.1406	-0.405	0.164	0.152
0.25	0.27	-0.125	0.0156	-0.135	0.018	0.017
0.57	0.51	0.195	0.0380	0.105	0.011	0.020
0.68	0.84	0.305	0.0930	0.435	0.189	0.133
$\bar{x}$ = 0.375	$\bar{y}$ = 0.405		$\sum$ = 0.287		$\sum$ = 0.383	$\sum$ = 0.322

Langkah 1 - Hitung nilai rata-rata (mean) &, dengancara menjumlahkan seluruh nilai ×, kemudianmembaginya dengan jumlah data.

Langkah 2 - Hitung nilai rata-rata (mean) ÿ, dengancara menjumlahkan seluruh nilai y, kemudianmembaginya dengan jumlah data.

Langkah 3 - Hitung kuadrat dari (x - *) dan jumlahkuadratnya.

Langkah 4- Hitung kuadrat dari (y - y) dan jumlahkuadratnya.

Langkah 5 - Hitung jumlah (x - X) (y - y).

Langkah 6 - masukkan ke dalam rumus koefisienkorelasi;

Contoh :

Mencari koefisien korelasi antara variabel penjualan dengan variabel hasil test.

Salinan	Hasil Test (X)	Penjualan (Y)	X^2	XY	Y^2
A	4	5	16	20	25
B	7	12	49	84	144
C	3	4	9	12	16
D	6	8	36	48	64
E	10	11	100	110	120
Σ	30	40	210	274	370

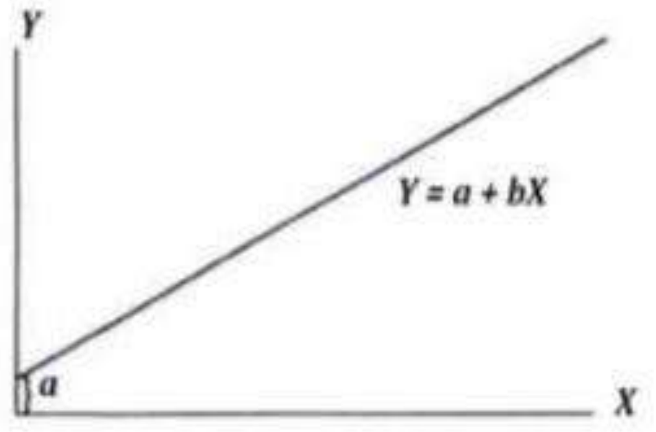
$$r = \frac{n.\sum XY - \sum X.\sum Y}{\sqrt{n.\sum X^2 - (\sum X)^2} - \sqrt{n.\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

$$r = \frac{5(274) - (30)(40)}{\sqrt{5(210) - (30)^2} - \sqrt{5.(370) - (40)^2}} = 0.87$$

artinya antara hasil test dengan penjualan memiliki hubungan yang positif dan cukup kuat.

Persamaan Regresi Linear Sederhana

- Persamaan Regresi Liner Sederhana Persamaan regresi liner sederhana merupakan suatu model persamaan yangmenggambarkan hubungan satu variabel bebas/ predictor (X) dengan satu variabel takbebas/ response (Y), yang biasanya digambarkan dengan garis lurus, seperti disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ilustrasi Garis Regresi Linier

Persamaan regresi linear sederhana secara matematik diekspresikan oleh:

$\bar{y}$=a+bx

yang mana:

Y = garis regresi/ variable responsea

a = konstanta (intersep), perpotongan dengan sumbu vertical

b= konstanta regresi (slope)

X = variabel bebas/ predictor

Besarnya konstanta a dan b dapat ditentukan menggunakan persamaan.

Besarnya konstanta a dan b dapat ditentukan menggunakan persamaan :

$$a = \frac{(\sum Y_i)(\sum X_i^2) - (\sum X_i)(\sum X_i Y_i)}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$b = \frac{n\,(\sum X_i\, Y_i) - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n \sum X_i^2 \;-\; (\sum X_i)^2}$$

yang mana n = jumlah data

Analisis Regresi Linear Berganda

Analisis regresi linear berganda sebenarnya sama dengan analisis regresi linear sederhana, hanya variabel bebasnya lebih dari satu buah. Persamaan umumnya adalah:

Y = a + b_1 X_1+ b_1 X_1+ .... + bn Xn.

Dengan Y adalah variabel bebas, dan X adalah variabel-variabel bebas, a adalah konstanta (intersept) dan b adalah koefisien regresi pada masing-masing variabel bebas.

Interpretasi terhadap persamaan juga relatif sama, sebagai ilustrasi, pengaruh antara motivasi (X1), kompensasi (X2) dan kepemimpinan (X3) terhadap kepuasan kerja (Y) menghasilkan persamaan sebagai berikut:

Y = 0,235 + 0,21 X1 + 0,32 X2 + 0,12 X3 Jika variabel motivasi meningkat dengan asumsi variabel kompensasi dan kepemimpinan tetap, maka kepuasan kerja juga akan meningkat.

Jika variabel kompensasi meningkat, dengan asumsi variabel motivasi dan kepemimpinan tetap, maka kepuasan kerja juga akan meningkat.

Jika variabel kepemimpinan meningkat, dengan asumsi variabel motivasi dan kompensasi tetap, maka kepuasan kerja juga akan meningkat.

Persamaan Regresi Linear Berganda

Model regresi liner berganda merupakan suatu persamaan yang menggambarkan hubungan antara dua atau lebih variabel bebas/ predictor (X1, X2,..Xn) dan satu variabeltak bebas/ response (Y). Tujuan dari analisis regresi linier berganda adalah untukmemprediksi nilai variabel tak bebas/ response (Y) jika nilai variabel-variabel bebas/predictor (X1, X2, ..., Xn) diketahui. Disamping itu juga untuk mengetahui arah hubunganantara variabel tak bebas dengan variabel-variabel bebas.

Persamaan regresi liner berganda secara matematik diekspresikan oleh:

Y = a + $\boldsymbol{b_1}$ $\boldsymbol{X_1}$+ $\boldsymbol{b_1}$ $\boldsymbol{X_1}$+ .... + bn Xn.

yang mana:

Y = variable tak bebas (nilai yang akan diprediksi)

a = konstantabi

b_1 b_2 ,..., b_n= koefisien regresi

XI, X2,..X, = variable bebas

Bila terdapat 2 variable bebas, yaitu X_1 dan X_2, maka bentuk persamaan regresinya adalah:

$$\mathbf{Y=a} + \boldsymbol{b_1 X_1} + \boldsymbol{b_2}\ \boldsymbol{X_2}$$

Keadaan-keadaan bila nilai koefisien-koefisien regresi bi dan ba adalah:

- bernilai 0, maka tidak ada pengaruh X_1 dan X_2 terhadap Y
- bernilai negatif, maka terjadi hubungan yang berbalik arah antara variabel bebas X_1 dan X_2 dengan variabel tak bebas Y
- bernilai positif, maka terjadi hubungan yang searah antara variabel bebas X_1 dan X_2 dengan variabel tak bebas Y

Analisis Regresi Non Linier

Regresi non linier merupakan suatu metode analisis regresi untuk mendapatkan model non linier yang digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas. Menurut Draper dan Smith (1981), model non linier (yakni nonlinier dalam parameter yang akan diduga) dapat dibagi menjadi dua bagian yaitu, model linier intrinsik dan model non linier intrinsik. Model linier intrinsik, jika suatu model adalah linier intrinsik, maka model ini dapat dinyatakan melalui transformasi yang tepat terhadap peubahnya ke dalam bentuk linier baku, seperti regresi eksponensial. Kemudian model non linier intrinsik, jika suatu model adalah non linier intrinsik, maka model ini tidak dapat diubah menjadi bentuk baku. Apabila hubungan antara variabel terikat Y dan variabel bebas X bersifat non linier, artinya jika data asli Xi dan Yi dibuatkan scatterplot tidak mengikuti garis lurus tetapi mengikuti suatu bentuk kurva tertentu, seperti kurva eksponensial, maka analisis regresi yang cocok untuk menjelaskan hubungan antara X dan Y tersebut adalah analisis regresi non linier sederhana.Jika bentuk linier diterima, kemudian disusul bahwa regresi itu sebagai suatu kesatuan berarti adanya dan yakin bahwa koefisien regresi yang diperoleh tidak dapat diabaikan, maka dapat membuat kesimpulan berdasarkan regresi itu.

Adapun macam-macam bentuk persamaan regresi non linier sebagai berikut:

1. Parabola atau polinum pangkat dua

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon_i \qquad (13)$$

2. Parabola kubik atau polinum pangkat tiga

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \varepsilon_i \qquad (14)$$

3. Polinum pangkat k (k ≥ 2), berbentuk

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3 + \ldots + \beta_k X^k + \varepsilon_i \qquad (15)$$

4. Eksponensial

$$Y_i = \beta_0 \, e^{\beta_1 X} \cdot \varepsilon_i \qquad (16)$$

5. Geometrik

$$Y_i = \beta_0 + X^{\beta_1} \qquad (17)$$

6. Logistik

$$Y_i = \frac{1}{\beta_0 \, \beta_1^{\,X}} \qquad (18)$$

7. Hiperbola

$$Y_i = \frac{\beta_0}{\beta_1 \, X} \qquad (19)$$

Persamaan Regresi Non Linear

Regresi nonlinear adalah suatu metode untuk mendapatkan model non-linear yang menyatakan hubungan variable dependen (Y) dan independen (X).Tidak seperti regresi linear, yang dibatasi oleh waktu menaksir/ meramal, regresinonlinear dapat mengistemasi model hubungan variable dependendanindependen dalam bentuk non-linear dengan keakuratan yang baik.Untuk regresi sederhana, regresi yang melibatkan satu variabel dependen(Y) dan satu variabel independen (X), kelinearan Y =a+bX diyakinkan melaluipengujian hipotesis jika hipotesis linear diterima, kita yakin hingga tingkatkeyakinan tertentu, bahwa regresi itu bentuknya linear tidak diragukan. Namun,apabila ternyata hipotesis linear ditolak, maka regresi linear tidak cocok untukdigunakan dalam mengambil kesimpulan dan karenanya perl meningkat padapencarian regres1 non-linear atau lengkung.Berdasarkan kelinearan antar parameter pada model regresi, maka suatumodel regresi dapat diklasifikasikan menjadi dua macam yaitu model linear dannon-linear. Model regresi dikatakan linear jika dapat dinyatakan dalam model :

$$y=\beta_0+\beta_1 x_1+\beta_2 x_2+\beta_3 x_3+..+\beta_k x_k+\varepsilon$$

Apabila model tidak dapat dinyatakan dalam model tersebut maka model yang diperoleh adalah model non-linear. Secara umum model regresi non-linear parametrik dengan Y ;; sebagai variabel respon pada replikasi sebanyak m; dan setiap nilai ¥, merupakan variabel independend apat dinyatakan dalam persamaan :

$$Y_{ij}=f(x_i,\theta)+\varepsilon_{ij}$$

dengan f adalah fungsi regresi dengan parameter Ɵ yang harus diduga dan ε_{ij} adalah galat dengan sifat N(0.ɑ)N (0, σ^2). Salah satu metode pendugaanparameter dalam sistem non-linear adalah jalan tengah Marquardt. Metode Marquardt merupakan kompromi atau jalan tengah antarametode linearisasi atau deret Tavlor dengan metode steepest descent (Draper &Smith, 1996). Model persamaan yang non linear apapun bentuk persamannya asalkan bisa ditransformasikan menjadi bentuk linear, maka persamaan garis regresinya bisa dicari.

Persamaan garis regresi model polinom yaitu suatu bentuk hubungan antar satu perubah bebas X dengan derajat polinom p dengan satu perubah Y. Persamannya adalah :

$$Y=\beta_0+\beta_1 X+\beta_2 X^2+\beta_3 X^3+\ldots+\beta_p X^p$$

Langkah-langkah Analisis Uji Regresi Linear Sederhana

Adapun langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk melakukan analisis dan uji regresi linier sederhana adalah sebagai berikut :

1. Menentukan tujuan dari Analisis Regresi Linear Sederhana
2. Mengidentifikasi variabel predictor dan variabel response
3. Melakukan pengumpulan data dalam bentuk tabel
4. Menghitung X2, XY dan total dari masing-masingnya
5. Menghitung a dan b menggunakan rumus yang telah ditentukan
6. Membuat model Persamaan Garis Regresi
7. Melakukan prediksi terhadap variabel predictor atau response
8. Uji signifikansi menggunakan Uji-t dan menentukan Taraf Signifikan

Contoh Soal dan Jawaban

- 1.Seorang peneliti ingin melakukan suatu penelitian mengenai tinggi badan mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Statistika. Untuk itu dilakukan suatu penelitian terhadap sepuluh mahasiswa yang mengikuti mata kuliah tsb.
- Ujilah hipotesis:
- Apakah tinggi badan mahasiswa tersebut adalah 155 cm?
- Apakah tinggi badan mahasiswa tersebut di atas 155 cm?
- Apakah tinggi badan mahasiswa tersebut di bawah 155 cm?

2. Berikut ini data mengenai pengalaman kerja dan penjualan

X = pengalaman kerja (tahun)

Y = omzet penjualan (ribuan)

X	2	3	2	5	6	1	4	1
Y	5	8	8	7	11	3	10	4

a. Tentukan nilai a dan b !

b. Buatkan persamaan regresinya!

c. Berapa omzet penjualan dari seorang karyawan yang pengalaman kerjanya 3,5 tahun?

3.Seorang pengusaha menyatakan bahwa di 70% perusahaan yang baru dibangun di kota X akan dipasang fasilitas untuk meningkatkan kinerja perusahaan. Ingin diuji pernyataan tersebut di atas, dengan dilakukan suatu penelitian, diperoleh 15 perusahaan baru yang diambil secara acak, terapat 8 perusahaan yang menggunakan fasilitas tersebut. Gunakan taraf nyata 0,10.

4.

- Sepuluh orang mahasiswa mempunyai nilai Matematika (X) dan Statistika (Y) sebagai berikut (dalam skala 0 – 4):

a. Carilah koefisien korelasi antara nilai matematika dan statistika mahasiswa berdasarkan data oil atas!

b. Pada taraf nyata 5%, ujilah hipotesis bahwa terdapat korelasi yang signifikan antara nilai matematika dan statistika mahasiswa.

No	X	Y
1	3	2
2	4	2
3	3	4
4	2	3
5	4	4
6	3	4
7	2	1
8	1	1
9	3	3
10	2	3

5.Sebuah perusahaan Aki Mobil mengklaim bahwa umur Aki yang diproduksinya mempunyai simpangan baku 0,9 tahun. Bila sampel acak dari 10 aki menghasilkan simpangan baku s sebesar 1,2 tahun. Dengan taraf signifikasi 0,05, apakah menurut anda simpangan baku lebih dari 0,9?

Penyelesaian:

a. $H_0 : \mu = 155$ vs $H_1 : \mu \neq 155$

$\bar{x} = 163{,}40$

$s = 10{,}69$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{163{,}40 - 155}{10{,}69 / \sqrt{10}} = 2{,}48$$

$t_{0,025(9)} = 2{,}262$

$t > t_{0,025\,(9)}$

Keputusan: tolak H_0, terima H_1

b. $H_0 : \mu = 155$

$H_1 : \mu > 155$

$t_{0,05(9)} = 1{,}833$

$t > t_{0,05(9)}$

Keputusan: tolak H_0, terima H_1

c. $H_0 : \mu = 155$

$H_1 : \mu < 155$

$-t_{0,05(9)} = -1{,}833$

$t > -t_{0,05(9)}$

Keputusan: terima H_0

2.

x	y	x2	y2	Xy
2	5	4	25	10
3	8	9	64	24
3	8	4	64	16
5	7	25	49	35
6	11	36	121	66
1	3	1	9	3
4	10	16	100	40
1	4	1	16	4
24	56	96	448	198

$X = \frac{24}{8} = 3 \quad Y = \frac{56}{8} = 7$

- Rumus 1

$$a = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)(\Sigma XY)}{(n)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$b = \frac{(n)(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{(n)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

Dimana;

a = konstanta

b = koefisien **X**

Masukkan ke dalam rumus Y = a + bX

- Rumus II

$$b = \frac{(n)(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{(n)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$a = \overline{Y} - b.\overline{X}$$

Cara 2.

a = 7-1,25(3)

a = 3,25

b = $\frac{(8)(198)-(24)(56)}{(8)(96)-24^2}$

b = $\frac{1.548-1.344}{768-576} = 1,25$

- a. dari kedua cara pengerjaan tersebut diperoleh nilai a = 3,25 dan nilai b = 1,25b. Persamaan regresi linearnya adalah Y = 3,25+1,25Y c. Nilai duga Y, jika X = 3,5 adalah Y = 3,25+1,25X Y = 3,25+1,25(3,5) = 7,625

Penyelesaian:

a. $H_0 : \mu = 155$ vs $H_1 : \mu \neq 155$

$\bar{x} = 163{,}40$

$s = 10{,}69$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{163{,}40 - 155}{10{,}69 / \sqrt{10}} = 2{,}48$$

$t_{0,025(9)} = 2{,}262$

$t > t_{0,025\,(9)}$

Keputusan: tolak H_0, terima H_1

b. $H_0 : \mu = 155$

$H_1 : \mu > 155$

$t_{0,05(9)} = 1{,}833$

$t > t_{0,05(9)}$

Keputusan: tolak H_0, terima H_1

c. $H_0 : \mu = 155$

$H_1 : \mu < 155$

$-t_{0,05(9)} = -1{,}833$

$t > -t_{0,05(9)}$

Keputusan: terima H_0

Data Mahasiswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Matematika	3	4	3	2	4	3	2	1	3	2
Statistika	2	2	4	3	4	4	1	1	3	3

Untuk pengamatan tersebut dapat dibuat table ini (X untuk matematika, Y untuk Statistika)

i	Xi	yi	(xi- x̄)	(yi- ȳ)	(xi- x̄) (yi- ȳ)	$(xi- \bar{x})^2$	$(yi- \bar{y})^2$
1	3	2	0.3	-0.9	-0.27	0.09	0.81
2	4	2	1.3	-0.9	-1.17	1.69	0.81
3	3	4	0.3	1.1	0.33	0.09	1.21
4	2	3	-0.7	0.1	-0.07	0.49	0.01
5	4	4	1.3	1.1	1.43	1.69	1.21
6	3	4	0.3	1.1	0.33	0.09	1.21
7	2	2	-0.7	-0.9	0.63	0.49	0.81
8	1	2	-1.7	-0.9	1.53	2.89	0.81
9	3	3	0.3	0.1	0.03	0.09	0.01
10	2	3	-0.7	0.1	-0.07	0.49	0.01
Total	27	29			2.7	8.1	6.9

$\bar{x} = 27 : 10 = 2{,}7$

$\bar{y} = 29 : 10 = 2{,}9$

$$rxy = \frac{\Sigma(xi-\bar{x})(yi-\bar{y})}{\Sigma\sqrt{(xi-\bar{x})^2} \,.\, \Sigma\sqrt{(yi-\bar{y})^2}}$$

$$rxy = \frac{2{,}7}{(8{,}1)\,(6{,}9)}$$

$rxy = 0{,}52$

a. $rxy = 0.52$

thitung $\longrightarrow$ $to = \frac{0.52\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-(0.52)^2}} = 0.51$

a = 0.05, df = 10 - 2 = 8, t-tabel $\longrightarrow$ $t(0.025;8) = 2.31$

kesimpulan : Terima Ho karena $|to| \leq t^{a}/_{2} \leftrightarrow 0.51 < 2.31$

artinya : Tidak terdapat korelasi yang signifikan antara nilai matematika dan fisika mahasiswa.

Soal 5.

Penyelesaian:

a) Hipotesis dari soal diatas adalah

$H0 : \sigma2 = 0,81$

$H1 : \sigma2 > 0,81$

b) Telah diketahui bahwa taraf signifikasinya (α) = 0,05

c) Karena uji hipotesisnya adalah one-tiled (satu-arah), $\alpha = 0,05$ dan $n < 30$ maka daerah kritik dari permasalahan ini menggunakan uji chi-square (karena menguji nilai varians). degree of freedom (df) adalah n-1 yaitu 9 maka nilai $\chi = 16,919$, sehingga daerah kritik dari permasalahan tersebut adalah $\chi2 > 16,919$.

d) Perhitungan

Dengan n =10, simpangan baku (s) =1,2, sehingga rumus yang digunakan

e) Keputusan

Keputusan yang dapat diambil adalah H0 gagal ditolak karena $\chi2$ hitung tidak berada dalam rentang daerah kritiknya sebesar $\chi2 > 16,919$ dimana $16 < 16,919$ sehingga kesimpulan yang dapat diambil adalah simpangan bakunya sama dengan 0,9.

Latihan 10 Soal

1. Seorang peneliti iningin mengetahui apakah ada pengaruhyang signifikan antara jumlah absensi dan nilai akhirmahasiswa. (Gunakan tingkat signifikansi 5%) dengan Nilai X = 3,3,4,3,5,8,9,2 dan Y = 94,92,80,87,86,60,65,85

a. Hitunglah Nilai A dan B

b. Membuat model regresi

c. Membuat interpretasi nilai a dan b

d. Menghitung koefisien determinasi (r^2)

2.Dibawah ini adalah biaya promosi dan volume penjualan dari PT.Cahaya Kamila

Biaya Promosi (Rupiah)	Volume Penjualan (Buah)
12	56
13.50	62.43
12.75	60.85
12.60	61.30
14.85	65.83
15.20	66.35
15.75	65.26
16.80	68.80
18.45	70.47
17.90	65.20

Tentukan :

a. Persamaan regresi dan interpretasi!

b. Hitunglah standard error estimasinya!

3.Data sampel di bawah ini menunjukkan permintaan terhadap suatu produk (dalam ribuan unit dan harganya (dalam rupiah) di enam pasar yang berbeda lokasi.

Harga : 18 10 14 11 16 13

Permintaan : 9 125 57 90 22 79

a.Tentukan garis regresinya dengan metode least squares

b.Estimasikan besamya permintaan akan produk permintaan tersebut di suatu pasar bila harga produk tersebut 15

4.

Seorang mahasiswa mengumpulkan data penelitian mengenai Tunjangan pada pegawai yang masih aktif bekerja, Investasi Pendidikan, dan Konsumsi dari tahun 2014 sampai dengan 2023. Data yang diperoleh adalah sebagai berikut:

Tabel 4.12 Data Tunjangan, Investasi Pendidikan, dan Konsumsi

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
P	36	38	39	39	40	41	38	38	39	40
Q	15	18	19	18	19	19	18	17	19	20
R	21	21	22	25	25	27	22	20	26	27

Jika P = Tunjangan Pegawai, Q = Investasi Pendidikan, dan R = Konsumsi maka dengan menggunakan Korelasi Parsial, periksa hubungan antara tunjangan dan konsumsi dengan menganggap investasi pendidikan tetap!, apa arti dari koefisien korelasi yang anda temukan?

MODUL - 10

TEORI
UJI REGRESI DAN KORELASI
LINIER SEDERHANA

Uji regresi linier sederhana

Uji Regresi Linier SederhanaAnalisis ini bertujuan untuk mengetahui seberapa besar pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen. Regresi digunakan untuk mengukur besarnya pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat dan memprediksi variabel terikat dengan menggunakan variabel bebas. Analisis regresi yang digunakan dalam penelitian ini adalah regresi linier sederhana. Persamaan regresi sederhana dengan satu predictor menurut Sugiyono (2016: 188) dirumuskan sebagai berikut :

$$\boxed{Y' = a + bX}$$

Keterangan :

Y = Nilai yang diprediksikan

a = Konstanta atau bila harga X = 0

b = Koefisien regresi

X = Nilai variabel independen

Uji pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen

1. Rumusan Hipotesis

Terdiri dari H_0dan H_1. rumusan hipotesis.dibangun berdasarkan tujuan penhujianhipotesis. Misalkan:

Pengujian dilakukan bertujuan untuk menguji apakah variabel independen berpengaruh terhadap variabeldependen > H_0 : ß=0, H1: ß≠0

Penqujian dilakukan bertujuan untuk menquji apakah variabel independen berpenaaruh positif terhadap variabel dependen > H_0 : β≤0 H1: β>0

2. Menentukan taraf nyata dan nilai kritis Nilai kritis

menggunakan Tabel Distribusidengan tingkat signifikansi 1%, 5% atau10%.

Df= n - k

n : jumlah sampel

k : jumlah variabel (dependen dan independen)

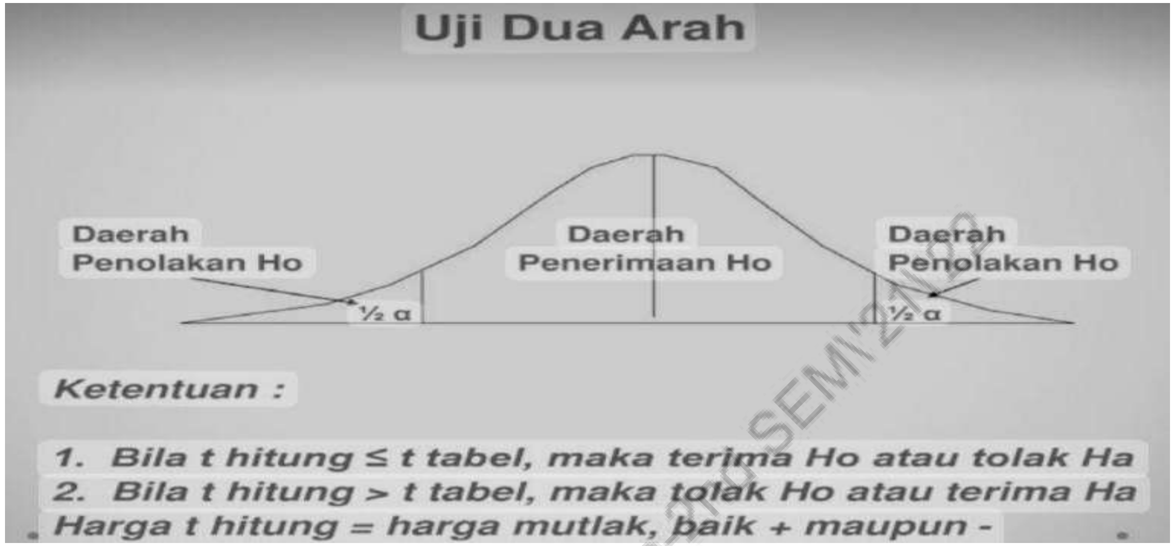
3. <u>Menentukan Nilai Hitung</u>

t hitung = $\frac{b - \beta}{Sb}$

$$Sb = \frac{Se}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

4. <u>Keputusan</u>

Batas antara daerah penerimaan H0 dan daerah penolakan H0 adalah nilai kritis.



5. Kesimpulan

Kesimpulan dibuat berdasarkan keputusan yang diambilMisalnya pada langkah keputusan menerima HO. makakeimpulannya adalah sbb.

Untuk rumusan hipotesis > H0 : $\beta=0$, H1 : $\beta\neq0$

Variabel independen tidak berpengaruh terhadap variable dependen

Untuk rumusan hipotesis > H0 : $\beta \leq 0$, H1 : $\beta>0$

Variabel independen tidak berpengaruh **positif** terhadap variable dependen

Untuk rumusan hipotesis > H0 : ß ≥ 0, H1: ß<0

Variabel independen tidak berpengaruh **negatif** terhadap variable

UJI KORELASI (R)

- Koefisien korelasi (r) adalah sebuah nilai yang dipergunakan untuk mengukur derajat keeratan hubungan antara dua variabel. Atau koefiesien yang mengukur kuat tidaknya hubungan antara variabel X danY.Koefisien korelasi dapat dihitung dengan menggunakan rumus Koefisien Korelasi Perason:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x.\sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}.\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

Nilai koefisien korelasi r berkisar antara -1dan 1 → (-1 ≤ r ≤ 1)

Keterangan :

r_{yxi} = koefisien korelasi antara Y dan X

X_i = variabel bebas (independent)

Y = variabel terikat (dependent)

n = banyak data

Keterangan :
Nilai r selalu terletak antara -1 dan 1, sehingga nilai r tersebut dapat ditulis: 1 r 1. Untuk r = +1, berarti ada korelasi positif sempurna antara variabel X dan variabel Y sebaliknya jika r = -1, berarti korelasi negatif sempurna antara variabel X dan variabel Y, sedangkan r = 0, berarti tidak ada korelasi antara X dan Y.

UJI HIPOTESIS HUBUNGAN 2 VARIABEL

Uji Hipotesis untuk melihat signifikansi hubungan dua variabel dengan melihat nilai r tabel dan nilair hasil perhitungan di atau berdasarkan pada angka signifikansi yang dihasilkan dari perhitungan yaitu pada uji hipotesis koefisien korelasi (r).

- Tahapan uji hipotesis koefisien korelasi(ratauρ(rho)):

1. Formulasikan Ho dan Ha

- Uji Satu Arah : a.) Ho : ρ = ρ o — Ha : ρ > ρ o; b.) Ho : ρ = ρ o — Ha : ρ < ρ o

  Uji Dua Arah : c.) Ho : ρ = ρ o — Ha : ρ ≠ ρ o

2. Mencari nilai tabel dengan Taraf Nyata(α)dan df=db tertentu

- Nilai r tabel product moment diperoleh dengan signifikansi 5% pada degree offreedom, **df = n-2.**

3. Menentukan Kriteria Pengujian

4. Menentukan Nilai Uji Statistik $\boldsymbol{t_o \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}}$

5. Membuat Kesimpulan

Langkah – langkah pengujian koefisien regresi sederhana adalah sebagai berikut :

a. Menentukan Hipotesis

Ho = Tidak ada pengaruh yang signifikan

Ha = ada pengaruh yang signifikan

b. Menentukan tingkat signifikansi Biasanya menggunakan a = 5% atau 0,05

c. Menentukan t hitung

d. Menentukan t tabel

e. Membandingkan t hitung dan t table dengan kriteria

Ho diterima jika: t hitung $\geq$ t tabel

Ho ditolak jika: t hitung $<$ t tabel

Ho diterima jika: -t hitung $\leq$ t tabel

Ho di tolak jika: -t hitung $>$ t tabel

Uji f

Uji F digunakan untuk uji ketepatan model, apakah nilai prediksi mampu menggambarkan kondisi sesungguhnya:

Ho: Diterima jika $F_{hitung} \leq$ F tabel
Ha: Diterima jika F_{hitung} > F tabel

F = $\frac{R^2/(K-1)}{1-R^2\ /(n-k)}$ F = $\frac{0{,}743/(2-1)}{1-0{,}743/(8-2)}$

Keterangan :
R^2 = Koefisien determinasi
n = jumlah data atau kasus
k = jumlah variabel independen

Karena F hitung (17,367) > dari F tabel (5,99) maka persamaan regresi dinyatakan **Baik** (good of fit).

Uji t

Digunakan untuk mengatahui pengaruh variabel bebas terhadap variabel tergantung.

Ho: Diterima jika t_{hitung} ≤ t_{tabel}

Ha: Diterima jika t_{hitung} > t_{tabel}

$T_{hitung} = \frac{bj}{Sbj}$ $\qquad$ $t_{hitung} = \frac{1.497}{0,359}$ = 4,167

b = koefisien regresi

Sb = standar error

r = koefisien korelasi sederhana

n = jumlah data atau kasus

Karena, t_{hitung} (4,167) > dari t tabel (1,943) maka H_a diterima ada pengaruh iklan terhadap penjualan.

Soal dan jawaban

1. Lakukan uji hipotesa, apakah kalori harian berpengaruh terhadap berat badan mahasiswa dari data berikut :

No.	Nama Mahasiswa	Kalori/hari(X)	Berat Badan (Y)
1	Dian	530	89
2	Echa	300	48
3	Winda	358	56
4	Kelo	510	72
5	Intan	302	54
6	Putu	300	42
7	Aditya	387	60
8	Anita	527	85
9	Sefia	415	63
10	Rosa	512	74

Menghitung nilai koefisien korelasi (r)

$$r=\frac{n\sum_{i=1}^{n}X_iY_i-\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n}X_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n}Y_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)^2\right]}}$$

$$=\frac{10(279294)-(4141)(643)}{\sqrt{\left[10(1802235)-(4141)^2\right]\left[10(43495)-(643)^2\right]}}$$

$$=\frac{130277}{137120{,}2318}=0{,}95$$

Koefisien determinasi (r^2) = 0,90

- Jumlah data n = 10
- Hipotesis yang diasumsikan/ diajukan:
- H_0: β= 0; variabel X tidak berpengaruh signifikan terhadap Y
- H_1: β≠0; variable X berpengaruh signifikan terhadap Y
- Tingkat signifikansi (α) = 5%
- Nilai t hitung,

  t_{hit} = $\frac{\boldsymbol{r\sqrt{n-2}}}{\sqrt{\boldsymbol{1-r^2}}}$ = $\frac{\mathbf{0{,}95\sqrt{10-2}}}{\sqrt{\mathbf{1-0{,}90}}}$ = **8,497**
- Berarti t_{hit} = 8,497
- Derajat kebebasan, df = n – k = 10 -2 = 8
- Dengan menggunakan tabel uji – t untuk taraf signifikan α = 5% = 0,05 dan df = 8, maka
- Diperoleh nilai t pada tabel, yaitu : t_{hit} = 2,306

2. Seorang Manajer Pemasaran deterjen merek “SUPERCLEAN” ingin mengetahui apakah variabel produk berpengaruh terhadap keputusan konsumen membeli produk tersebut?

Hipotesis:

Ho : β = 0, Variabel produk tidak berpengaruh signifikan terhadap keputusan konsumen membeli deterjen merek “SUPERCLEAN”.

Ha : β ≠ 0, Variabel produk berpengaruh signifikan terhadap keputusan konsumen membeli deterjen merek “SUPERCLEAN”

No	Y	X	XY	Y^2	X^2
1	34	32	1088	1156	1024
2	38	36	1368	1444	1296
3	34	31	1054	1156	961
4	40	38	1520	1600	1444
5	30	29	870	900	841
6	40	35	1400	1600	1225
7	40	33	1320	1600	1089
8	34	30	1020	1156	900
9	35	32	1120	1225	1024
10	39	36	1404	1521	1296
11	33	31	1023	1089	961
12	32	31	992	1024	961
13	42	36	1512	1764	1296

14	40	37	1480	1600	1369
15	42	38	1596	1764	1444
16	32	30	960	1024	900
17	34	30	1020	1156	900
18	36	30	1080	1296	900
19	37	33	1221	1369	1089
20	36	32	1152	1296	1024
21	37	34	1258	1369	1156
22	39	35	1365	1521	1225
23	40	36	1440	1600	1296
24	33	32	1056	1089	1024
25	34	32	1088	1156	1024
26	36	34	1224	1296	1156
27	37	32	1184	1369	1024
28	38	34	1292	1444	1156
29	42	35	1470	1764	1225
30	41	37	1517	1681	1369
Jumlah	1105	1001	37094	41029	33599

$\Sigma Y = 1.105$ $\quad\quad$ $\Sigma X = 1.001$

$\Sigma XY = 37.094$ $\quad\quad$ $\Sigma Y^2 = 41.029$

$\Sigma X^2 = 33.599$ $\quad\quad$ $n = 30$

LANGKAH-LANGKAH PENGUJIAN PENGARUH VARIABEL X TERHADAP Y

1. Hitung Kesalahan Standar Estimasi (Se):

$$
\begin{aligned}
S_e &= \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a\sum Y - b\sum XY}{n-2}} \\
&= \sqrt{\frac{41.029 + 0{,}7.1.105 - 1{,}12.37.094}{30-2}} \\
&= \sqrt{\frac{41029 + 773{,}5 - 41472{,}48}{28}} \\
&= \sqrt{\frac{330{,}02}{28}} \\
&= \sqrt{11{,}786} \\
&= 3{,}433136841
\end{aligned}
$$

2. Hitung Kesalahan Standar Koefisien Regresi

$$
\begin{aligned}
S_b &= \frac{S_e}{\sqrt{\sum(X^2) - (\sum X)^2/n}} \\
&= \frac{3{,}433}{\sqrt{33599 - 1002001/30}} \\
&= \frac{3{,}433}{14{,}103} \\
&= 0{,}243423385
\end{aligned}
$$

3. Uji T

$$t\ hitung = \frac{b - \beta}{S_b}$$

b = koefisien regresi
β = hipotesis nol
S_b = kesalahan standar koefisien regresi

$$
\begin{aligned}
t\ hitung &= \frac{1{,}12 - 0}{0{,}243} \\
&= 4{,}609
\end{aligned}
$$

$t\ tabel_{0,05,28}$ = 2,048

Kriteria:
t hitung ≤ t table atau -t hitung ≥ -t tabel = Ho diterima (–t table ≤ t hitung ≤ t table)
t hitung > t table atau -t hitung < -t tabel = Ho ditolak, Ha diterima (–t table > t hitung > t table)

Kesimpulan:t hitung (4,609) > t tabel (2,048) = Ho ditolak, Ha diterimaJadi, dapat disimpulkan bahwa variabel produk berpengaruh signifikan terhadap keputusan konsumen membeli deterjen merek "SUPERCLEAN".

no 3.

Ingin diketahui seberapa kuat hubungan antara besarnya pendapatan seseorang dengan pengeluaran (konsumsi) per bulan. Data dari 6 orang yang diwawancarai diperoleh datasebagai berikut:

X (pendapatan): 800 900 700 600 700 800 (ribuan)

Y (konsumsi) : 300 300 200 100 200 200 (ribuan)

Untuk menghitung koefisien korelasi maka disusun tabel bantu sebagai berikut:

n	X	Y	X^2	Y^2	XY
1	800	300	640.000	90.000	240.000
2	900	300	810.000	90.000	270.000
3	700	200	490.000	40.000	140.000
4	600	100	360.000	10.000	60.000
5	700	200	490.000	40.000	140.000
6	800	200	640.000	40.000	160.000
Σ	4.500	1.300	3.430.000	310.000	1.010.000

Berdasarkan tabel bantu tersebut diperoleh nilai-nilai:

$\Sigma X = 4.500$

$\Sigma Y = 1.300$

$\Sigma X^2 = 3.430.000$

$\Sigma Y^2 = 310.000$

$\Sigma XY = 1.010.000$

$n = 6$

Untuk menghitung koefisien korelasi, maka nilai-nilai tersebut dimasukkan dalam rumus koefisien korelasi sebagai berikut.

$$r = \frac{6\ (1.010.000) - (4.500)(1.300)}{\sqrt{6.(3.430.000) - (4.500)^2}\ \sqrt{6.(310.000) - (1.300)^2}}$$

$$= \frac{6.060.000 - 5.850.000}{\sqrt{20.580.000 - 20.250.000}\sqrt{1.860.000 - 1.690.000}}$$

$$= \frac{210.000}{\sqrt{330.000}\ \sqrt{170.000}}$$

$$= \frac{210.000}{574{,}4563 \times 412{,}3106}$$

$$= \frac{210.000}{236.854{,}4}$$

$$= 0{,}886621$$

Jadi diperoleh nilai koefisien korelasi (r) sebesar 0,886621 karena nilainya positif dan mendekati 1 berarti hubungan konsumsi dan pendapatan kuat dan searah (positif), artinya peningkatan pendapatan seseorang akan diikuti dengan peningkatan pengeluaran (konsumsi).

"Misalkan pada contoh sebelumnya diajukan hipotesis yang menyatakan "ada hubungan yang sigfinikan antara pendapatan dan penjualan dan jumlah anak dengan konsumsi".

- Penyelesaian :

a. Rumusan hipotesis

Ho: p = 0 Tidak ada hubungan yang signifikan antara pendapatan dan jumlah dengankonsumsi

Ha: p ≠ 0 Ada hubungan yang signifikan antara pendapatan dan jumlah anak dengankonsumsi

b. Taraf & = 0,05 selanjutnya dapat dicari nilai Fabel pada & = 0,05 derajat bebas = n - k- 1 = 10 - 2 - 1 = 7, diperoleh Frabel = 4,74.

c. Kriteria pengujian:

Ho ditolak jika Fhitung > Frabe atau probabilitas < 0,05

Ho diterima jika Fhiung ≤ Fabe atau probabilitas ≥

d. Uji statistik (uji F)

$$F = \frac{R^2/(K)}{(1-R^2)-(n-k-1)}$$

$$= \frac{0{,}90440/2}{0{,}095599/7}$$

$$= \frac{0{,}45221}{0{,}01365}$$

= 33,1113

e. kesimpulan

- Nilai F_{hitung} sebesar 33.1113 dibandingkan dengan nilai F_{tabel} Karena F_{hitung} (33,1113) > F_{tabel} (4,74) maka Ho ditolak, artinya ada hubungan yang signifikan antara pendapatan dan jumlah dengan konsumsi.

Contoh no. 4 uji korelasi (r)

4. Seorang dosen Akademi Ilmu Statistik berpendapat bahwa tidak ada hubungan antara tingkat IQ dari mahasiswa Akademi Ilmu Statistik (=X) dengan hasil ujian tahun pertama (=Y). Dosen tersebut memilih alternatif yaitu adanya hubungan yang positif. Untuk maksud pengujian pendapatnya tersebut, telah dipilih secara acak 6 orang mahasiswa yang memberikan hasil sebagai berikut :

X	100	110	120	130	120	125
Y	80	85	90	95	80	90

- Dengan menggunakan α = 0,05 ujilah pendapat tersebut !

PENYELESAIAN :

Formula hipotesis : Ho : $\rho \leq 0$ dan Ha : $\rho >$ o

$\sum Xi = 705$ $\quad \sum Xi^2 = 83,425$

$\sum Yi = 520$ $\quad \sum Yi^2 = 45,250$

$\sum XiYi = 61,350$

- $$r = \frac{n\sum X_iY_i - \sum X_i \sum Y_i}{\sqrt{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}\ \sqrt{n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2}}$$
$$= \frac{6\,(61.350) - (705)(520)}{\sqrt{6(83.425) - (705)^2}\ \sqrt{6(45.250) - (520)^2}}$$
$$= \frac{368.100 - 366.600}{\sqrt{500.550 - 497.025}\ \sqrt{271.500 - 270.400}}$$
$$= \frac{1500}{\sqrt{3525}\ \sqrt{1100}}$$
$$= \frac{1500}{(59,37)(33,17)} = \frac{1500}{1969,3}$$
$$= 0,7617 = 0,762$$

- $$t_o = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$
$$= \frac{0,762\sqrt{4}}{\sqrt{1-0,5806}}$$
$$= \frac{1,524}{\sqrt{0,4194}} = \frac{1,524}{0,6476} = 2,3533$$

Karena to = 2,3533 > t0,05(4) = 2,1318 maka Ho ditolak pada tingkat nyata (level of significance) sebesar 95% artinya ada hubungan positif antra IQ dengan nilai ujian mahasiswa

No 5. contoh soal uji f

Uji F untuk parameter Total solid(TS) Biogas Limbah Cair Tapioka dengan Starter Biodekstran

Perlakuan	Hari ke- (%)			Σ
	1	18	35	
P1	0.1137	0.10509	0.03918	0.2580
P2	0.1142	0.09430	0.19935	0.4078
P3	0.0853	0.09316	0.03018	0.2086
Σ	0.3132	0.2926	0.2687	0.8744
n_{row}	3			
n_{kolom}	3			
n_{total}	9			

kesimpulan :
F hitung < F tabel = Ho diterima, Ha ditolak

$FK = \frac{GT\prime}{n_{total}} = \frac{0.8744^2}{9} = \frac{0.764}{9} = 0.085$

JK Total

$[0.1137^2+0.10509^2+0.03918^2+0.1142^2 + 0.09430^2+$

$0.019935^2+0.0853^2+0.09316^2+0.03018^2] - FK$

$= 0.104044 - 0.085 = 0.019044$

$JKPerlakuan = \frac{[0.2580^2+0.4078^2+0.2086^2]}{r} - FK$

$= \frac{[0.276409584]}{3} - 0.085 = 0.0071$

JKGalat = JKTotal – JKPerlakuan = 0.019044-0.0071 = 0.0119

$KR\ Perlakuan = \frac{JK}{db} = \frac{0.0071}{2} = 0.003568$

$KR\ Galat = \frac{jk}{db} = \frac{0.0119}{6} = 0.001985$

$Fhitung = \frac{KR\ perlakuan}{KR\ galat} = \frac{0.003568}{0.001985} = 1.798$

10 soal latihan

1. **Seorang peneliti ingin mengetahui apakah ada hubungan yang positif antarapengeluaran, pendapatan, dan banyaknya anggota keluarga untuk keperluantersebut diambil sampel sebanyak 7 rumah tangga.**

Variabel	Rumah Tangga						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
Y	3	5	6	7	4	6	9
X_1	5	8	9	10	7	7	11
X_2	4	3	2	3	2	4	5

Tentukanlah F hitung dan F tabel !

2. Diketahui suatu penelitian terhadap hubungan antara nilai biaya periklanandengan tingkat penjualan dari sebuah koprasi adalah sebagai berikut (dalamribuan):

Tingkat Peringkat	Tingkat Penjualan
50	40
51	46
52	44
53	55
54	49

- Tentukan persamaan regresinya dan apa maksud dari persamaan tersebut.
- Berapa besarnya koefisien korelasi dan koefisien determinasinya dan apaCd.maksud dari nilai keduanya.
- Berapa besarnya kesalahan standar estimasinya/standar eror.
- Dengan tingkat signifikansi10ujilah hipotesis yang menyatakan bahwahubungan antara biaya periklanan dan tingkat penjualan sedikitnya

3. Seorang manager ingin mengetahui hubungan antara lamanya tenaga penjualan melakukan penjualan dalam satuan jam (x)(x) dengan banyaknya produk yang berhasil terjual (y)(y). Dari sampel sebanyak 5 orang tenaga penjualan, diperoleh data lamanya dan banyaknya penjualan sebagai berikut:

xx	yy
1	2
5	4
4	6
2	4
3	2

Buatlah model regresi hubungan lamanya melakukan penjualan dan banyaknya penjualan produk tersebut dan hitung koefisien determinasinya.

4. Data hasil pengukuran Densitas rata-rata autoradiogram yang merepresentasikan akumulasi fosfor pada ketinggian daun tanaman bayam adalah

No.	Tinggi Daun (cm)	Densitas Rata-rata
1	5,7	2,260
2	8,7	2,172
3	10,8	2,128
4	11,7	2,092
5	12,4	2,070
6	12,8	2,046
7	13,0	2,028
8	13,1	2,010

Pertanyaan :

a. Tentukanlah persamaan regresi dan plot data table tersebut pada grafik.

b. Tentukanlah Koefisien Determinasi

c..Tentukanlah hipotesis yang sesuai dan lakukan uji signifikansi dengan uji-t

d. Berikan interpretasi untuk pertanyaan a, b dan c

5. Pertanyaan :

i. Tentukan persamaan regresi linear sederhana?

ii. Buktikan apakah ada pengaruh minat belajar terhdapat prestasi belajar?

iii. Buktikan apakah model regresi dapat digunakan untuk memprediksi prestasi belajar

No subjek	Minat Belajar (X)	Prestasi Belajar (Y)
1	75	80
2	70	75
3	70	75
4	80	90
5	75	85
6	89	85
7	85	95
8	88	95
9	75	80
10	75	90
11	65	75
12	70	75

6. Suatu sampel random sebanyak 10 keluarga bertujuan untukmelihat hubungan antara pengeluaran konsumsi (ribuan)dengan pendapatan keluarga (ribuan).

Keluarga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pendapatan	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260
Konsumsi	70	65	90	95	110	115	120	140	155	150

- Dugalah bentuk (persamaan) linear hubungan tersebut!
- Hitunglah Standard error of estimate-nya!
- Ujilah apakah pendapatan berpengaruh dalampeningkatan konsumsi!
- Interpretasikan koefisien regresi yang diperoleh!
- Hitunglah korelasi antara kedua variabel tersebut

7. Suatu penelitian yang ingin melihat apakah ada hubungan antara banyaknya kredit yang diambil dengan indeks prestasinya yang dicapai mahasiswa dalam satu semester. Setelah dilakukan pengumpulan data dari 10 mahasiswa ternyata penyebaran kredit dan IP yang dicapai sebagai berikut :

Mahasiswa ke-	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Jumlah kredit diambil	20	18	15	20	10	12	16	14	18	12
IP	3,1	4,0	2,8	4,0	3,0	3,6	4,0	3,2	3,5	4,0

- Tentukanlah Daerah Kritis (t tabel)
- Uji T
- Kriteria Uji T
- Kesimpulan

No. 8 berikut data % kenaikan biaya promosi dan % kenaikan biaya penjualan :

%kenaikan biaya promosi	1	2	3	4	5
%kenaikan penjualan	1	3	4	6	7

- Bagaimana hubungan antara variable X dan Y ?
- Buatlah persamaan $\hat{Y} = a + \beta X$!
- Berdasarakan data di atas, dengan $\alpha = 0{,}05$ ujilah koefiseien B, apakah X mempengaruhi Y ?
- Berapa ramalan $\hat{Y}$ jika X = 10 ?

N0. 9

n	Kuantitas (Y) (ton)	Harga (X) (USD per ton)
1	69	9
2	76	12
3	52	6
4	56	10
5	57	9
6	77	10
7	58	7
8	55	8
9	67	12
10	53	6
11	72	11
12	64	8

Sumber : Koutsoyiannis (1977; 64)

a. Taksirlah fungsi penawaran komoditi A : $Y = b_0 + bX + u$.

b. Tentukan elastisitas fungsi penawaran,

c. Hitung kesalahan standar taksiran regresi,

d. Lakukan uji hipotesis pada tingkat signifikansi 5%,

e. Tentukan besar koefisien determinan,

f. Buat tabel koefisien regresi

No. 10 (CARILAH UJI T)

Ada 5 mahasiswa yang mengikuti ekonomi pembangunan yaitu akuntansi,manajemen, dan bisnis. Mereka dinilai dengan skor 1-20. berikut skor ujian kelima mahasiswa tersebut.

maha siswa	akuntansi		mnj		bisnis		Total
	X_1	$X_1{}^2$	X_2	$X_2{}^2$	X_3	$X_3{}^2$	
A	10	100	15	225	10	100	
B	15	225	15	225	10	100	
C	5	25	10	100	5	25	
D	12	144	15	225	5	25	
E	20	400	10	100	5	25	
Tk	62		65		35		162
n_k	5		5		5		15
X^2		894		875		275	2044