

# **MODUL MATEMATIKA 1**

**OLEH  
Ir. Nurhaifa Idris, M.Si.**



**FAKULTAS EKONOMI  
UNIVERSITAS JAYABAYA  
JAKARTA**

## Daftar Isi

<b>Halaman Sampul</b> .....	<b>I</b>
<b>Daftar Isi</b> .....	<b>II</b>
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	<b>4</b>
A.Pengertian Konstanta .....	4
B.Pengertian Variabel .....	4
C.Pengertian Koordinat .....	4
D.Pengertian Fungsi .....	5
<b>BAB II JENIS-JENIS FUNGSI</b> .....	<b>6</b>
A.Fungsi Aljabar.....	6
B.Fungsi Eksponensial.....	6
C.Fungsi Algoritma .....	8
D.Perpotongan Antara Dua Buah Fungsi .....	9
<b>BAB III APLIKASI FUNGSI DALAM EKONOMI</b> .....	<b>13</b>
A.Fungsi dan Curve Permintaan (Demand) .....	13
B.Fungsi dan Curve Penawaran(Supply) .....	14
C.Keseimbangan Pasar (Market Equilibrium) .....	16
<b>BAB IV PERPAJAKAN (TAXATION)</b> .....	<b>18</b>
A.Pengertian Tentang Pajak.....	18
B.Jenis-jenis Pajak .....	18
C.Pengaruh Pajak Terhadap Produsen dan Konsumen .....	20
D.Pajak Yang Diterima Pemerintah .....	21
D.Gambar Grafik Permintaan Sebelum dan Sesudah Pajak .....	21
<b>BAB V SUBSIDI</b> .....	<b>22</b>
A.Pengertian Subsidi.....	22
B.Pengaruh Subsidi Terhadap Produsen dan Konsumen.....	22
C.Besar Subsidi Yang Diberikan Pemerintah .....	24
D.Gambar Grafik Permintaan dan Penawaran Sebelum dan Sesudah Subsidi .....	24
<b>BAB VI DIFERENSIAL</b> .....	<b>25</b>
A.Pengertian Diferensial .....	25
B.Rumus-rumus Umum Diferensial Yang Digunakan Dalam Ekonomi .....	25
C.Aplikasi Diferensial Dalam Ekonomi .....	28
1. Konsep Elastisitas .....	28
2. Curva Biaya dan Jenis-jenis Biaya.....	32
3. Curva Penerimaan dan Jenis-jenis Permintaan.....	34

D.Laba/Keuntungan Maksimal Pada Pasar Persaingan Murni .....	35
E.Laba/Keuntungan Maksimal Pada Pasar Monopoli .....	35
<b>Daftar Pustaka .....</b>	<b>37</b>

## PERTEMUAN 1

### BAB I

#### PENGERTIAN KONSTANTA

Konstanta adalah suatu bilangan yang tetap tidak berubah-ubah. Notasi atau lambang Konstanta adalah : a, b, c

Contoh :  $y = \underline{a}x + \underline{b}$  dan  $y = \underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c}$   
 $y = 3x + 4$  dan  $y = 2x^2 + 7x - 8$

#### PENGERTIAN VARIABEL

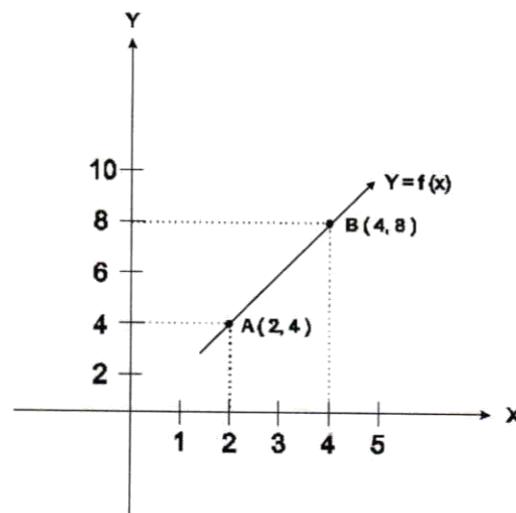
Variabel adalah suatu besaran yang sifatnya tidak tetap tetapi berubah-ubah dan saling pengaruh mempengaruhi. Notasi atau lambang variabel adalah : x, y, z

Contoh :  $y = \underline{a}x + \underline{b}$  dan  $y = \underline{a}x^2 + \underline{b}x + \underline{c}$   
 $y = 5x + 2$  dan  $y = 4x^2 + 9x + 12$

#### PENGERTIAN KOORDINAT

Koordinat adalah pertemuan antara absis dan ordinat dan diberi nama dengan huruf besar A sampai dengan Z

Contoh :



## PERTEMUAN 2

### PENGERTIAN FUNGSI

Fungsi adalah hubungan antara dua buah variabel atau lebih dimana kedua buah variabel atau lebih tersebut saling pengaruh mempengaruhi.

Contoh :  $y = f(x)$  atau  $x = f(y)$  dan  $z = f(y)$

$$y = ax + b \quad \text{dan} \quad y = ax^2 + bx + c$$

$$y = 2x + 3 \quad \text{dan} \quad y = x^2 + 4x + 8$$

**X** adalah variabel bebas yaitu variabel yang mempengaruhi

**Y** adalah variabel tidak bebas yaitu variabel yang dipengaruhi

**BAB II**  
**JENIS - JENIS FUNGSI**

**Fungsi Aljabar**

1. Fungsi Linear

adalah suatu fungsi dimana variabel bebasnya paling tinggi berpangkat 1 (satu) dan jika digambarkan grafiknya berbentuk garis lurus.

Bentuk umum fungsi linear adalah :

- 1.  $y = ax + b$  atau  $y = 2x + 4 \Leftrightarrow y = f(x)$
- 2.  $x = ay + b$  atau  $x = 3y - 4 \Leftrightarrow x = f(y)$

Cara menggambarkan grafik fungsi linear adalah 3 (tiga) langkah :

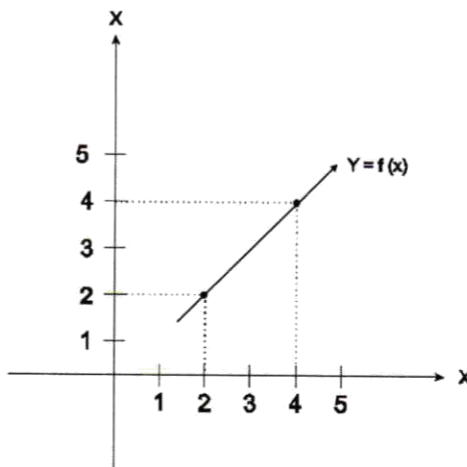
- Langkah 1, tentukan titik potong terhadap sumbu  $y$  dan misalkan  $x = 0$
- Langkah 2, tentukan titik potong terhadap sumbu  $x$  dan misalkan  $y = 0$
- Langkah 3, tentukan koefisien arah (a)

**Contoh Soal :**

Gambarkanlah grafik fungsi linear  $y = 3x + 2$

**Penyelesaian Soal :**

- Langkah 1,  $y \rightarrow x = 0$   
 $y = 3(0) + 2$   
 $y = 2 \rightarrow A ( 0, 2 )$
  - Langkah 2,  $x \rightarrow y = 0$   
 $0 = 3x + 2$   
 $-3x = 2$   
 $X = -\frac{2}{3} \rightarrow B ( -\frac{2}{3}, 0 )$
  - Langkah 3, Koefisien Arah (a)  
 $a = +3$  ( grafik arahnya ke atas)
- gambar grafik,



## 2. Fungsi Kuadrat

adalah suatu fungsi dimana variabel bebasnya paling tinggi berpangkat 2 (dua) dan jika digambarkan grafiknya berbentuk Parabola.

Bentuk Umum Fungsi Kuadrat adalah :

1.  $y = ax^2 + bx + c$  atau  $y = 2x^2 + 6x + 3 \Leftrightarrow y = f(x)$
2.  $x = ay^2 + by + c$  atau  $x = 2y^2 + 4y - 8 \Leftrightarrow x = f(y)$

Cara menggambarkan grafik fungsi Kuadrat adalah 4 (empat) langkah :

- Langkah 1, tentukan titik potong terhadap sumbu  $y$  dan misalkan  $x = 0$
- Langkah 2, tentukan titik potong terhadap sumbu  $x$  dan misalkan  $y = 0$   
terlebih dahulu tentukan  $D = b^2 - 4ac$

jika  $D > 0$  maka : terdapat 2 titik potong terhadap sumbu  $x$

Jika  $D < 0$  maka : tidak terdapat titik potong terhadap sumbu  $x$

Jika  $D = 0$  maka : ada satu titik potong terhadap sumbu  $x$

Untuk mencari 2 titik potong terhadap sumbu  $x$  adalah dengan cara :

1. Sederhanakan fungsi
2. Faktorisasi  $\rightarrow (x_1 \pm \dots) (x_2 \pm \dots)$
3. Rumus abc  $= x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- Langkah 3, tentukan titik puncak ( P )

$$P = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right)$$

- Langkah 4, tentukan sumbu simetris ( SS )

$$x \left( -\frac{b}{2a} \right)$$

### Contoh Soal :

Jika diketahui suatu fungsi adalah  $y = x^2 - 5x + 6$   
Gambarkanlah grafik fungsi kuadrat tersebut

### Penyelesaian Soal :

- Langkah 1,  $y \rightarrow x = 0$   
 $y = (0)^2 - 5(0) + 6$   
 $y = 6 \rightarrow \mathbf{A ( 0, 6 )}$
- Langkah 2,  $x \rightarrow y = 0$   
 $0 = x^2 + 5x + 6$

Cari dulu  $D = b^2 - 4ac$   
 $D = (5)^2 - 4(1)(6)$   
 $D = 25 - 24$   
 $D = 1 \rightarrow D > 0$  berarti ada 2 titik potong terhadap sumbu x

2 titik potong dihitung dengan cara faktorisasi

$$(x_1 - 3)(x_2 - 2) = 0$$

$$X_1 = 3 \rightarrow B = (3, 0)$$

$$X_2 = 2 \rightarrow C = (2, 0)$$

- Langkah 3, Menentukan titik puncak (P)

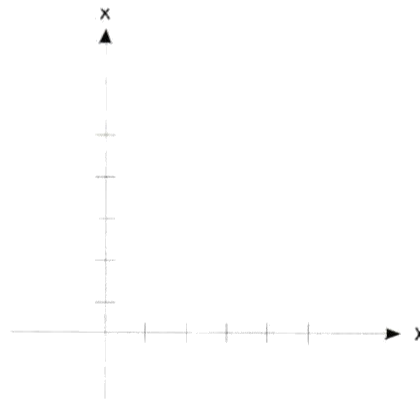
$$P = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-D}{4a} \right)$$

$$P = \left( \frac{-5}{2}, \frac{-1}{4} \right) = \left( 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \right)$$

- Langkah 4, Menentukan Sumbu Simetris (SS)

$$X = \left( -\frac{b}{2a} \right) \rightarrow x = \left( 2\frac{1}{2} \right)$$

Menggambarkan grafik



Catatan : Jika  $a = +$  parabola terbuka ke atas



Jika  $a = -$  Parabola terbuka ke bawah



Ini untuk  $y = f(x)$

Untuk  $x = f(y)$

Catatan : Jika  $a = +$  parabola terbuka ke kanan



Jika  $a = -$  Parabola terbuka ke kiri





2 (Dua) buah fungsi dikatakan perpotongan apabila kedua buah fungsi tersebut mempunyai sebuah titik persekutuan yang disebut titik potong ( E )

Contoh soal :

Carilah titik potong fungsi-fungsi  $y_1 = 10 - 2x$  dan  $y_2 = x + 2$

**Penyelesaian Soal :**

Diketahui  $y_1 = 10 - 2x$

$$y_2 = x + 2$$

ditanya : tentukan titik potong ( E ) kedua buah fungsi tersebut

**Jawab :**

Langkah 1,

$$\begin{aligned} * \quad y_1 &= y_2 \\ 10 - 2x &= x + 2 \\ -2x - x &= -10 + 2 \\ -3x &= 8 \\ x &= \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** \quad y &= x + 2 \\ y &= 2\frac{2}{3} + 2 = 4\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{sehingga } E = \left(2\frac{2}{3}, 4\frac{2}{3}\right)$$

Langkah 2,  
Langkah 1,

Menggambar Grafik fungsi  $y_1 = 10 - 2x$

$$\begin{aligned} * \quad y &\rightarrow x = 0 \\ y &= 10 + 2(0) \\ y &= 10 \rightarrow \mathbf{A ( 0, 10 )} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ** \quad x &\rightarrow y = 0 \\ 0 &= 10 - 2x \\ 2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \mathbf{B ( 5, 0 )} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} *** \quad x &\rightarrow y = 0 \\ 0 &= 10 - 2x \\ 2x &= 10 \\ x &= \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \mathbf{B ( 5, 0 )} \end{aligned}$$

Langkah 3, Koefisien Arah (a)

$a = +3$  ( grafik arahnya ke atas)

$a = -3$  ( grafik arahnya ke bawah)

## FUNGSI KUADRAT

Contoh soal :

Bila diketahui fungsi  $y_1 = x^2 - 1$  dan  $y_2 = x^2 - 7x + 12$  tentukan titik potong antara kedua fungsi tersebut dan gambarkan grafiknya.

Penyelesaian soal :

Diketahui :  $y_1 = x^2 - 1$

$$y_2 = x^2 - 7x + 12$$

- Ditanya : 1. tentukan titik potong (E) kedua fungsi tersebut?  
2. gambarkan grafiknya?

Jawab:

1. Langkah 1 :  $E \rightarrow y_1 = y_2$

$$x^2 - 1 = x^2 - 7x + 12$$

$$x^2 - 1 = x^2 - 7x + 12$$

$$x^2 - x^2 - 7x = 12 + 1$$

$$-7x = 13$$

$$x = \frac{13}{7} = 1,86$$

$$y = x^2 - 1$$

$$y = (1,86)^2 - 1$$

$$y = 2,45$$

Sehingga :  $E = (1,86 : 2,45)$

Langkah 2 : 1. menggambar fungsi  $y_1 = x^2 - 1$

#  $y \rightarrow x = 0$

$$y = (0)^2 - 1$$

$$y = -1 \rightarrow (0, -1)$$

$$## \quad x \rightarrow y = 0$$

$$0 = x^2 - 1$$

$$0 = (0)^2 - 4(1)(-1)$$

$0 = 4 > 0 \rightarrow$  ada 2 titik potong terhadap sumbu  $x$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{1}$$

$$x_1 = 1 \rightarrow B(1,0)$$

$$x_2 = -1 \rightarrow C(-1,0)$$

### titik puncak (P)

$$P = \left( \frac{-b}{2a}, \left( \frac{-D}{4a} \right) \right) = \left( \frac{0}{2}, \frac{4}{4} \right)$$

$$\therefore P = \left( 0, \frac{4}{4} \right) = (0,1)$$

#### Sumbu Simetri (SS)

$$x = \frac{-b}{2a} = 0$$

2. menggambar fungsi  $y_2 = x^2 - 7x + 12$

$$# \quad y \rightarrow x = 0$$

$$y = (0)^2 - 7(0) + 12$$

$$y = 12 \rightarrow D(0,2)$$

$$## \quad x \rightarrow y = 0$$

$$0 = x^2 - 7x + 12$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-7)^2 - 4(1)(12)$$

$$D = 49 - 48$$

$D = 1 \rightarrow$  ada 1 titik potong terhadap sumbu  $x$

$$(x - 4)(x - 3) = 0$$

$$x_1 = 4 \rightarrow F(4,0)$$

$$x_2 = 3 \rightarrow G(3,0)$$

$$\text{### } P = \left( \frac{-b}{2a}, \frac{-d}{4a} \right) \rightarrow \text{titik puncak}$$

$$P = \left( \frac{7}{2}, \frac{7}{4} \right)$$

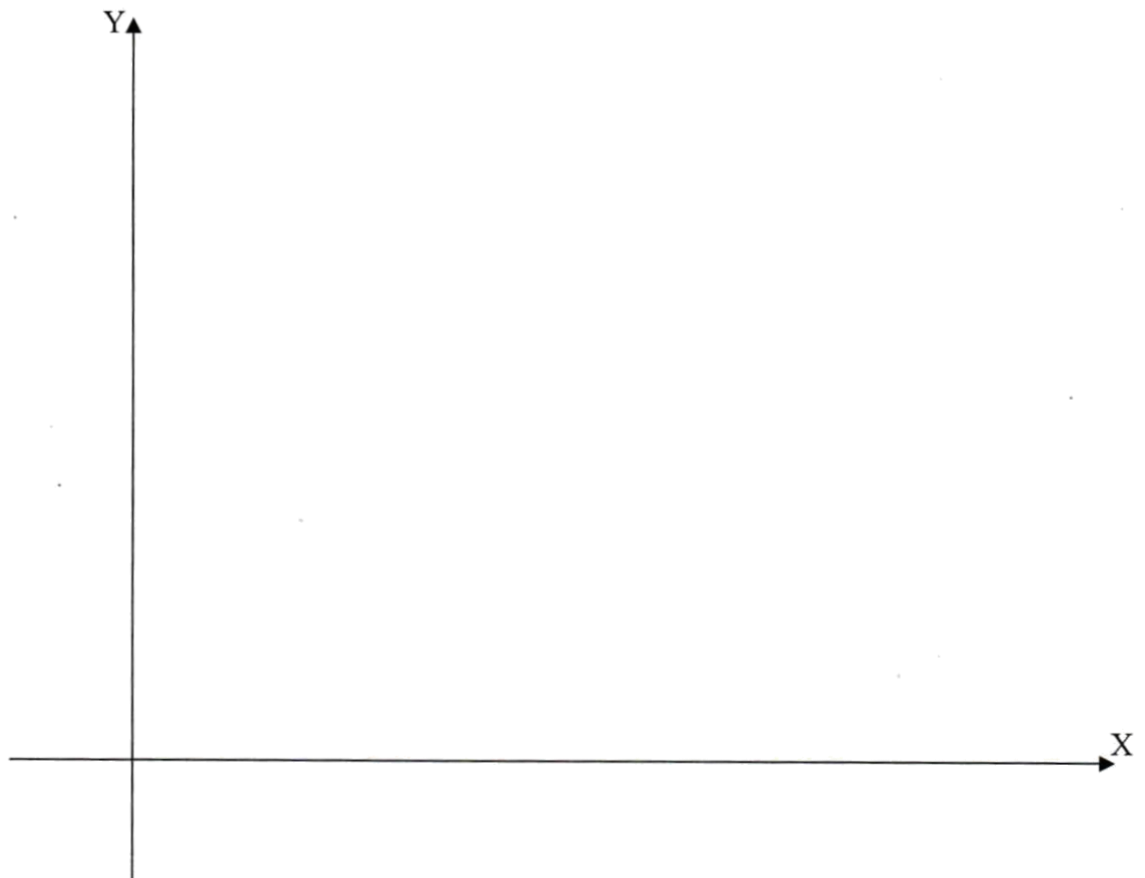
$$P = \left( 3 \frac{1}{2}, 1 \frac{1}{4} \right)$$

#### Sumbu Simentris (SS)

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = 3 \frac{1}{2}$$

3. langkah 3 : Gambarkan Grafik

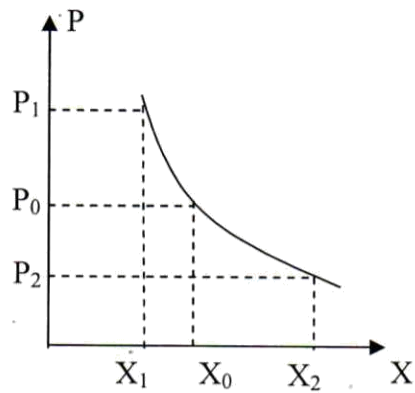


PR : SOFYAN ASSAURI

HALAMAN 84

NO : 1A ; 1C ; 1D

1. Fungsi dan Kurva Permintaan



Contoh :

Diket :  $P = -\frac{1}{2}x + 5$

Tanya : Gambar Fungsi Permintaan

Jawab : #  $P \rightarrow x = 0$

$$P = \frac{1}{2}(0) + 5$$

$$P = 5 \rightarrow A(0,5)$$

##  $x \rightarrow P = 0$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 5$$

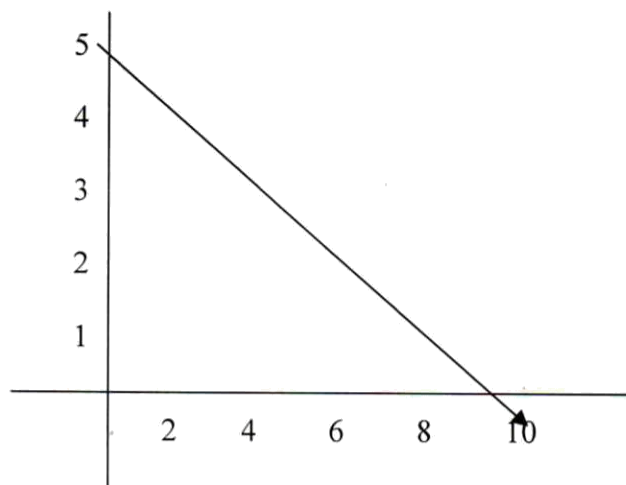
$$\frac{1}{2}x = 5$$

$$x = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

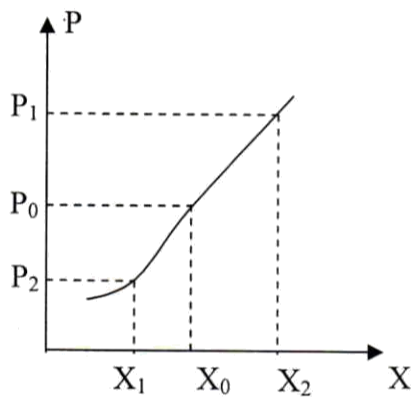
$$x = 10 \rightarrow B(10,0)$$

### Koefisien arah (a)

$a = -\frac{1}{2} \rightarrow$  grafik arahnya ke bawah;



## 2. Fungsi dan Kurva Penawaran



Diket :  $P = x^2 + 3x + 2$

Tanya : Gambarkan fungsi kuadrat

Jawab : #  $P \rightarrow x = 0$

$$P = (0)^2 + 3x + 2$$

$$P = 0 \rightarrow A(0,2)$$

##  $x \rightarrow P = 0$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (3)^2 - 4(1)(2)$$

$$D = 9 - 8 = 1$$

$D = 1 > 0 \rightarrow$  ada 2 titik potong terhadap sumbu x

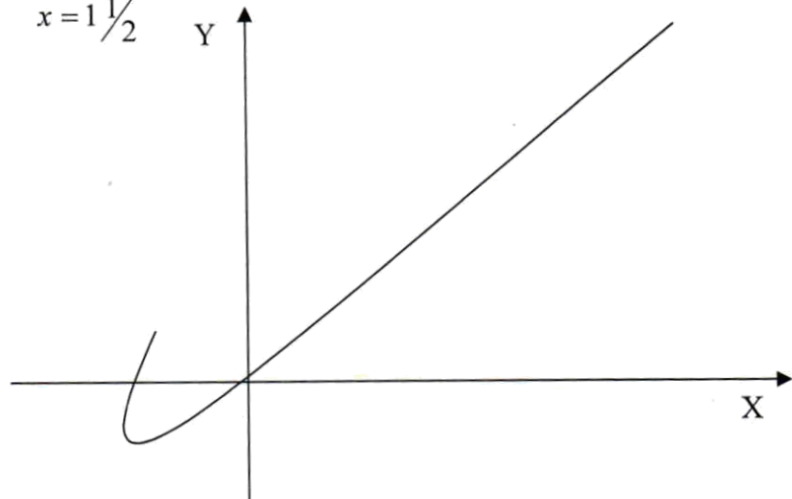
### titik puncak

$$P\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-1}{4}\right) = P\left(1\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

#### Sumbu Simentris (SS)

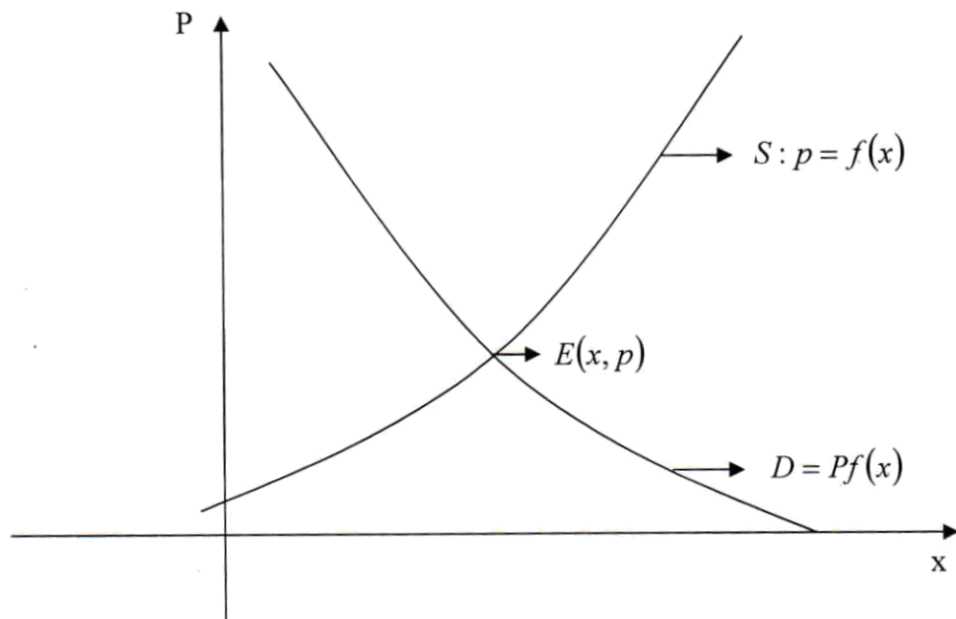
$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$x = 1\frac{1}{2}$$



### 3 Keseimbangan Pasar

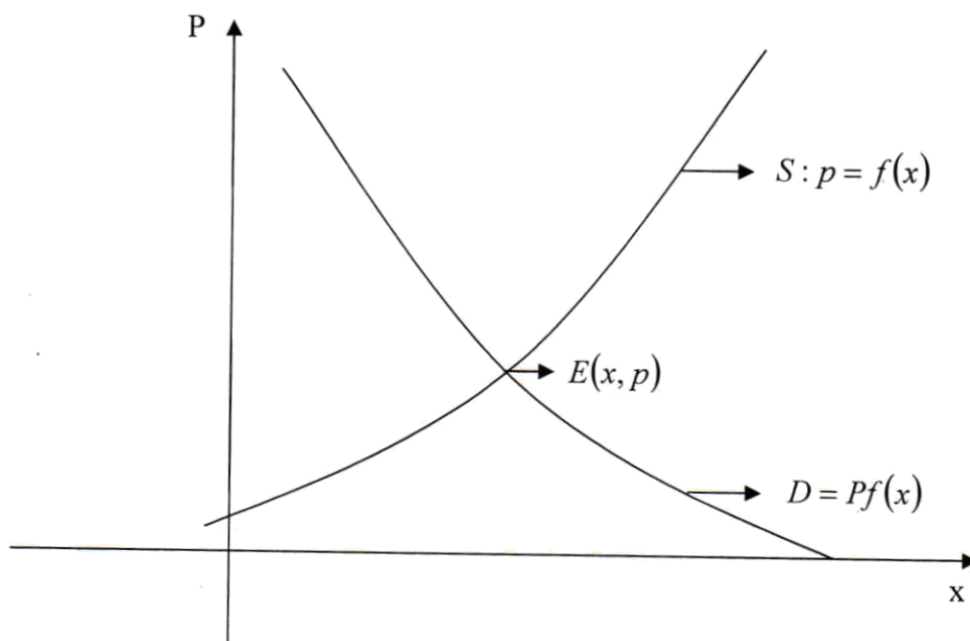
- Pasar adalah : Pertemuan antara pembeli (peminta) dan penjual (penawar)
- Harga Pasar : Harga yang terjadi pada titik keseimbangan pasar
- Titik keseimbangan pasar adalah : titik pertemuan / perpotongan antara curva permintaan dan penawaran



## PERTEMUAN 7

### 3 Keseimbangan Pasar

- Pasar adalah : Pertemuan antara pembeli (peminta) dan penjual (penawar)
- Harga Pasar : Harga yang terjadi pada titik keseimbangan pasar
- Titik keseimbangan pasar adalah : titik pertemuan / perpotongan antara curva permintaan dan penawaran



Syarat titik keseimbangan pasar adalah

1. titik keseimbangan pasar hanya berlaku untuk nilai-nilai positif saja
2. titik keseimbangan pasar hanya berlaku untuk titik yang memenuhi ketentuan bagi curve permintaan dan curve penawaran.



**PERTEMUAN 8**

**UTS**

## PERPAJAKAN

- Pajak : Pungutan yang ditarik oleh pemerintah terhadap wajib pajak tanpa mendapatkan balas jasa langsung.
- Pajak Langsung : Pajak yang dipungut secara langsung oleh wajib pajak.  
Contoh : Pajak kekayaan, pendapatan, dan perorangan.
- Pajak tidak langsung : Pajak yang dipungut pemerintah secara tidak langsung dari wajib pajak, tetapi melalui wajib pungut.
- Pajak yang ditetapkan pemerintah bisa berbentuk :
  - Pajak Perunit (t) dan
  - Pajak Presentase (r)

Pengaruh pajak terhadap keseimbangan pasar mengikuti asumsi-asumai sebagai berikut

1. Dalam pasar persingan mueni, permintaan konsumen hanya tergantung pada harga, sehingga fungsi permintaan tidak berubah

$$D : p = ax + b \xrightarrow{t} t \text{ tetap}$$

2. Produsen menyesuaikan curva penawarannya untuk harga baru yang telah termasuk pajak yang kenakannya

$$S : p = ax + b \xrightarrow{t} S_1 : P_1 = ax + (b + t)$$

$$S : p = ax + b \xrightarrow{r} S_1 : P_1 = (ax + b)(1 + r)$$

$$S : p = ax^2 + bx + c \xrightarrow{t} S_1 : P_1 = ax^2 + bx + (c + t)$$

$$S : p = ax^2 + bx + c \xrightarrow{r} S_1 : P_1 = (ax^2 + bx + c)(1 + r)$$

## PERTEMUAN 10

3. Pajak dari  $t$  unit uang yang dikenakan terhadap setiap unit dari jumlah yang dihasilkan.

Contoh soal :

Diketahui fungsi permintaan suatu barang adalah  $D: P = x^2 - 11x + 30$  dan fungsi penawaran adalah  $S: P = x^2 + 1$ , terhadap barang dikenakan pajak sebesar  $t = 3$

Ditanyakan, tentukanlah :

1. titik keseimbangan sebelum kena pajak ( $E$ )
2. titik keseimbangan pasar setelah pajak ( $E_1$ )
3. besar pajak perunit yang ditanggung produsen ( $ts$ )
4. besar pajak keseluruhan yang ditanggung produsen ( $tsk$ )
5. besar pajak perunit yang ditanggung konsumen ( $to$ )
6. besar pajak keseluruhan yang ditanggung konsumen ( $tok$ )
7. besar pajak yang diterima pemerintah ( $tp$ )
8. gambarkan grafik fungsi permintaan dan penawaran sebelum dan sesudah kena pajak.

Jawab :

$$1. E \rightarrow D = S$$

$$x^2 - 11x + 30 = x^2 + 1$$

$$x - x^2 - 11x + 30 + 1 = 0$$

$$-11x + 31 = 0$$

$$-11x = -31$$

$$x = \frac{-31}{-11} = 2,82$$

$$x = 2,82$$

$$P = x^2 + 1$$

$$P = (2,82)^2 + 1$$

$$p = 8,97$$

Sehingga  $E = (2,82; 8,97)$

$$2 \quad E_1 \rightarrow D = S_1$$

$$x^2 = 11x + 30 = x^2 + (1+3)$$

$$x^2 = 11x + 30 = x^2 + 4 \rightarrow S_1$$

$$x - x^2 - 11x + 30 - 4 = 0$$

$$-11x + 26 = 0$$

$$-11x = -26$$

$$x = \frac{-26}{-11} = 2,36$$

$$x = 2,36$$

$$P = x^2 + 4$$

$$P = (2,36)^2 + 4$$

$$p = 9,57$$

### 3. Pajak persuit yang ditanggung produsen

$$ts = P - S$$

$$ts = 7,97 - (x_1^2 + 1)$$

$$ts = 7,97 - \{(2,36)^2 + 1\}$$

$$ts = 7,97 - (5,57 + 1)$$

$$ts = 1,40$$

### 4. Pajak keseluruhan yang di tanggung produsen

$$tsk = ts \cdot x_1$$

$$tsk = 1,40 \cdot 2,36$$

$$tsk = 3,30$$

### 5. Pajak per unit yang ditanggung konsumen

$$tD = P_1 - P$$

$$tD = 9,57 - 7,97$$

$$tD = 1,60$$

6. Pajak keseluruhan yang di tanggung konsumen

$$tok = tD \cdot x_1$$

$$tok = 1,60 \cdot 2,36$$

$$tok = 3,78$$

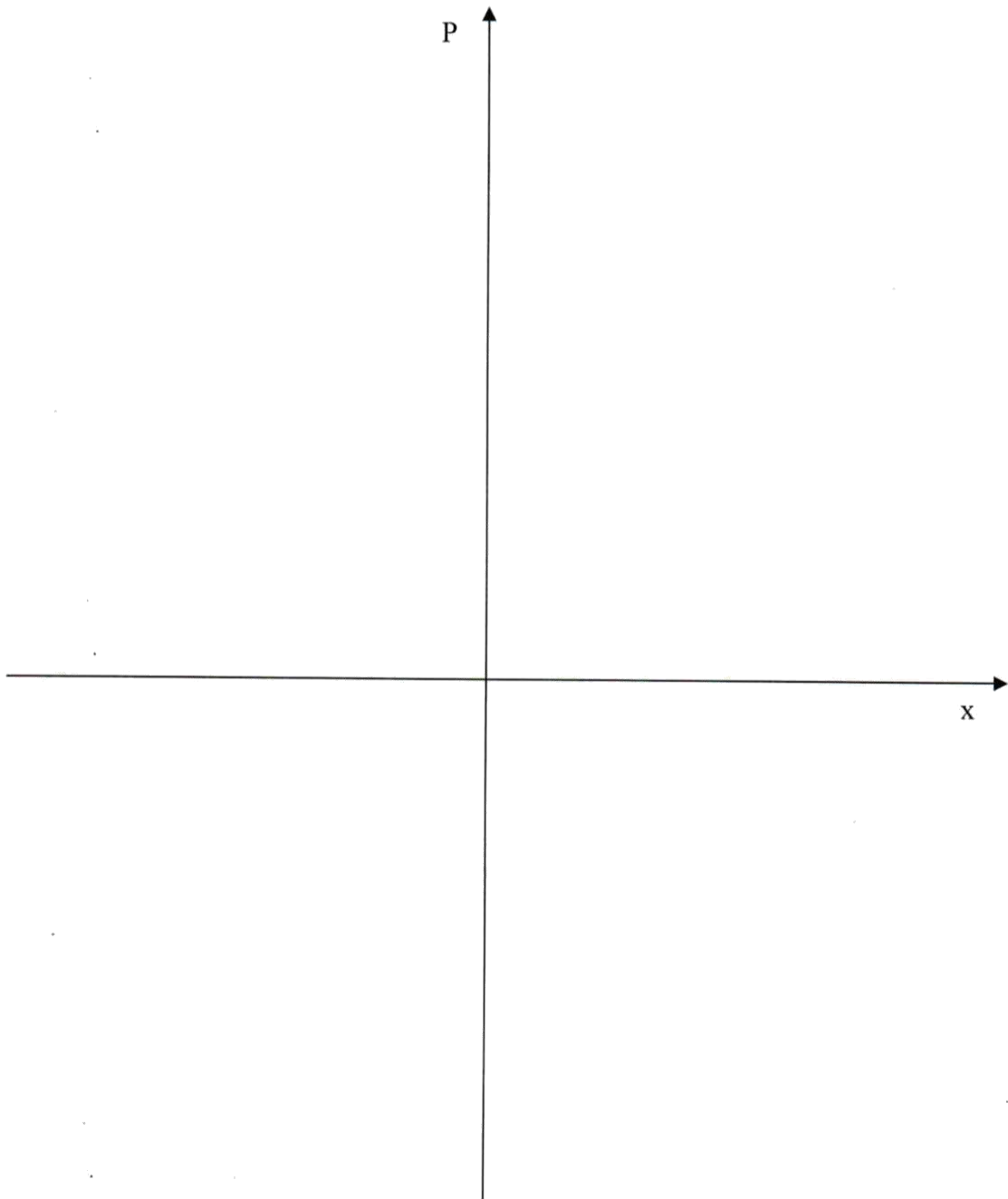
7. Pajak yang diterima pemerintah

$$tP = t \cdot x_1$$

$$tP = 3 \cdot 2,36$$

$$tP = 7,08$$

8. Gambar grafik



Subsidi ( $s$ ) adalah : Bantuan yang diberikan pemerintah kepada produsen / supplier terhadap produk yang dihasilkan atau dipasarkannya sehingga harga yang berlaku dipasar sesuai dengan yang diinginkan pemerintah.

Yaitu : harga yang rendah dengan jumlah yang dapat dibeli masyarakat lebih besar.

Ketentuan

$$D : P = ax + b \xrightarrow{s} \text{ tetap}$$

$$D : P = ax + bx + c \xrightarrow{s} \text{ tetap}$$

$$D : P = ax + b \xrightarrow{s} S_1 : P = ax + (b - S)$$

$$D : P = ax + b + c \xrightarrow{s} S_1 : P = ax + bx + (c - S)$$

Contoh soal :

Diketahui fungsi permintaan suatu barang adalah  $D : P = 10 - \frac{1}{2}x$  dan fungsi penawaran barang tersebut adalah  $S : P = 4 + 2x$ , bila terhadap barang tersebut diberikan subsidi sebesar  $S = 2$ . Maka tentukanlah :

1. titik keseimbangan pasar sebelum kena subsidi
2. titik keseimbangan pasar setelah kena subsidi
3. berapa besar subsidi yang diberikan pemerintah
4. gambarkan grafik fungsi permintaan dan penawaran sebelum dan sesudah subsidi

penyelesaian soal :

Diketahui :  $D : P = 10 - \frac{1}{2}x$

$$S : P = 4 + 2x$$

$$S = 2$$

- Ditanya : 1. titik keseimbangan pasar sebelum kena subsidi ( $E$ )  
 2. titik keseimbangan pasar setelah kena subsidi ( $E_1$ )

3. berapa besar subsidi yang diberikan pemerintah (SP)
4. gambarkan grafik fungsi permintaan dan penawaran sebelum dan sesudah subsidi

Jawab :

$$1. E \rightarrow D = S$$

$$10 - \frac{1}{2}x = 4 + 2x$$

$$-\frac{1}{2}x - 2x = 4 - 10$$

$$-2\frac{1}{2}x = -6$$

$$-11x = -29$$

$$x = \frac{-6}{-2\frac{1}{2}} = 2,4$$

$$x = 2,4$$

$$P = 4 + 2x$$

$$P = 4 + 2(2,4)$$

$$p = 8,8$$

Sehingga  $E = (2,4;8,8)$

$$2. E_1 \rightarrow D = S_1$$

$$10 - \frac{1}{2}x = (4 - 2) + 2x$$

$$10 - \frac{1}{2}x = 2 + 2x$$

$$-\frac{1}{2}x - 2x = 2 - 10$$

$$-2\frac{1}{2}x = -8$$

$$x = 3,2$$

$$P = 2 + 2x$$

$$P = 2 + 2(3,2)$$

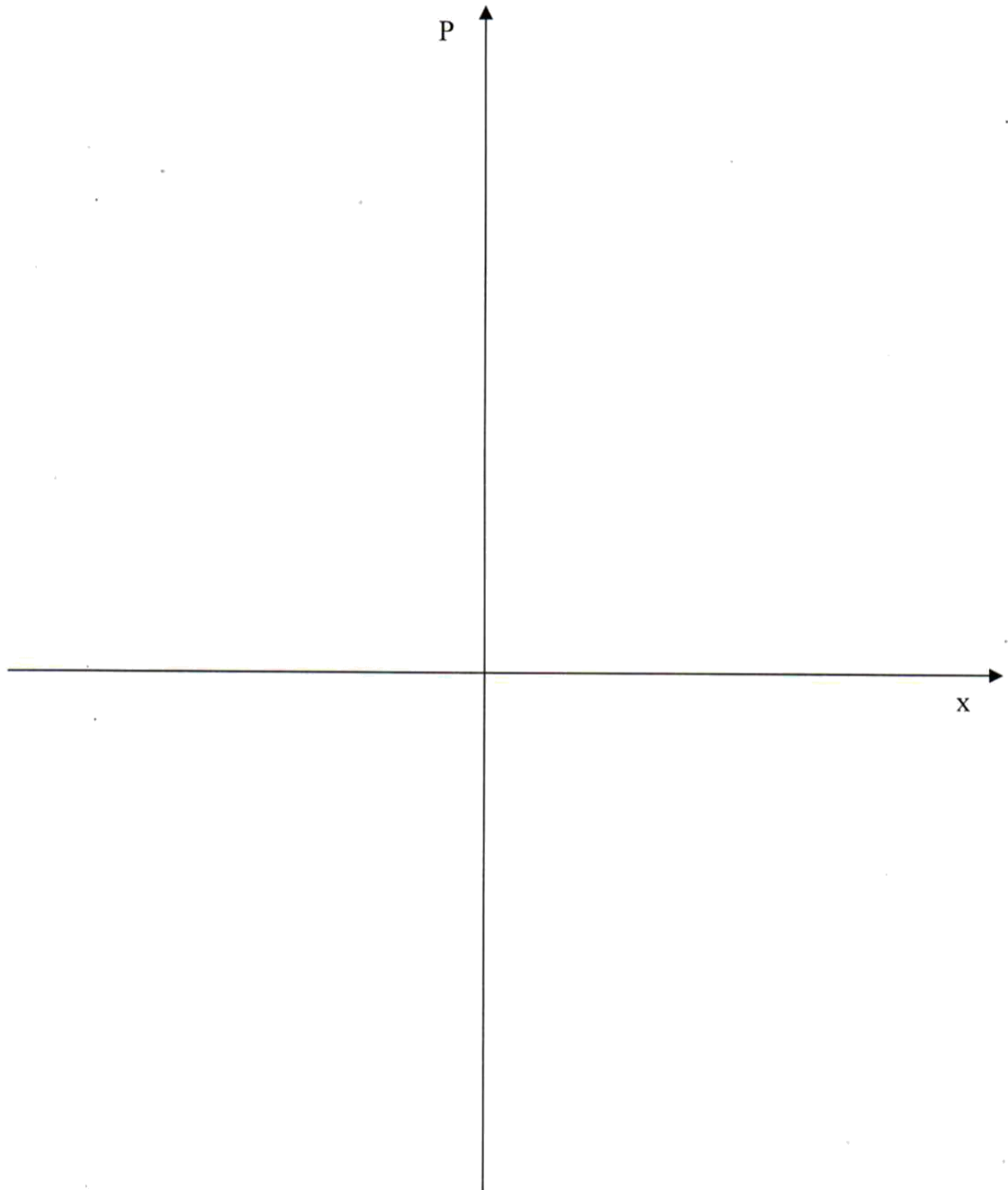
$$P = 8,4$$

3. Besar subsidi yang diberikan pemerintah

$$SP = S \cdot x_1$$

$$SP = 2 \cdot 3,2_1$$

$$SP = 6,4$$





**DIFRENSIAL**

Proses untuk memperoleh derivative disebut difrensial dari fungsi  $f(x)$ .  
tanda atau notasi difrensial adalah

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

Dalil dari difrensial adalah : jika fungsi  $f(x)$  mempunyai turunan / difrensial untuk suatu nilai  $x$  tertentu. Maka fungsi  $f(x)$  itu adalah kontinue untuk nilai  $x$  tersebut.

Rumus-rumus difrensial fungsi aljabar yang sering digunakan dalam ekonomi

1. 

$y = c$
$\frac{dy}{dx} = 0$

Contoh :

$$y = 8 \quad y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \quad \frac{dy}{dx} = 0$$

2. 

$y = x$
$\frac{dy}{dx} = 1$

Contoh :

$$y = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = 2$$

3. 

$y = x^n$
$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

Contoh :

$$y = x^4 \quad y = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 \quad \frac{dy}{dx} = 2x$$

4.

$$y = cx^h$$
$$\frac{dy}{dx} = c \cdot n_1 x^{h-1}$$

Contoh :

$$y = 2x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 3x^2$$

5.

$$y = u + v$$
$$\frac{dy}{dx} = u' + v'$$

Contoh :

$$\# \quad y = 2x^2 + x^5$$

$$\frac{dy}{dx} = 4x + 5x^4$$

$$\# \quad y = x^7 + 6$$

$$\frac{dy}{dx} = 7x^6$$

$$\# \quad y = 5x^3 + 8x + x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 15x^2 + 8 + 2x$$

6.

$$y = u \cdot v$$
$$\frac{dy}{dx} = uv' + vu'$$

Contoh :  $y = (2x^2 + 1)(3x + 4x^2)$

$$\frac{dy}{dx} = (2x^2 + 1)(3 + 8x) + (3x + 4x^2)(4x)$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 16x^3 + 8x + 3 + 12x^{12} + 6x^3$$

$$\frac{dy}{dx} = 32x^3 + 18x^2 + 8x + 3$$

7. 
$$y = \frac{u}{v}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{uv^1 + vu^1}{v^2}$$

Contoh :  $y = \frac{3x^2 - 5}{x + 6}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x + 6)(6x) + (3x^2 - 5)(1)}{(x + 6)^2}$$

$$= \frac{6x^2 + 36x - 3x^2 + 5}{x^2 + 12x + 36}$$

$$= \frac{3x^2 + 36x + 5}{x^2 + 12x + 36}$$

## APLIKASI DIFERENSIAL DALAM EKONOMI

### 1. KONSEP ELASTISITAS

Besarnya pertumbuhan atau penurunan jumlah yang diminta atau yang ditawarkan akan suatu barang sebagai akibat dari naik atau turunnya harga dari barang tersebut ditentukan oleh tingkat ELASTISITAS harga atas permintaan atau penawaran barang itu.

Jadi, Elastisitas harga dalam hal ini adalah :

Angka perbandingan antara perubahan relatif dari jumlah dengan perubahan relatif dari harga. Dan dinyatakan dalam formula :

$$\text{Elastisitas } (\mu) = \frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta P}{P}$$

Pada umumnya Elastisitas permintaan nilai negatif dan Elastisitas penawaran mempunyai nilai positif.

Apabila perubahan  $x$  sedemikian kecil mendekati limitnya, maka kita nyatakan sebagai  $dx$  dan perubahan ini menimbulkan adanya perubahan harga yang dinyatakan sebagai  $Dp$ , maka angka elastisitas permintaan atau penawaran dapat diperoleh dengan formula

$$\frac{\mu_D}{\mu_S} = \frac{P}{x} \cdot \frac{dx}{dp}$$

Contoh Soal Elastisitas Permintaan

Fungsi Permintaan suatu barang tertentu adalah  $P = 12 - 2x$ . carilah besarnya elastisitas permintaan akan barang ini pada harga 6.

Penyelesaian Soal :

Diket :  $P = 12 - 2x$

Tanya :  $\mu_D = \dots ??$  pada saat harga 6

Jawab :

$$\# \quad P = 12 - 2x$$

$$\frac{dp}{dx} = -2$$

$$\frac{dx}{dx} = -\frac{1}{2}$$

$$\#\# \quad P = 6$$

$$P = 12 - 2x$$

$$6 = 12 - 2x$$

$$2x = 12 - 6$$

$$2x = 6$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 3$$

$$\therefore \mu_D = \frac{P}{x} \cdot \frac{dx}{dp}$$

$$\therefore \mu_D = \frac{6}{3} \cdot -\frac{1}{2} = \frac{6}{6} = -1$$

Contoh Soal Elastisitas Penawaran

Fungsi penawaran akan suatu barang adalah  $S: P = 2x + 3$ . Carilah besarnya elastisitas penawaran barang ini pada harga 7 ?

Penyelesaian soal

Diket :  $S: P = 2x + 3$

Tanya :  $\mu_s = \dots??$  Pada saat harga 7

Jawab :

$$\# \quad P = 2x + 3$$

$$\frac{dp}{dx} = 2$$

$$\frac{dx}{dp} = \frac{1}{2}$$

$$## \quad P = 7$$

$$P = 2x + 3$$

$$7 = 2x + 3$$

$$-2x = -7 + 3$$

$$-2x = -4$$

$$x = \frac{-4}{-2} = \underline{2}$$

$$\mu_s = \frac{P}{x} \cdot \frac{dx}{dp}$$

$$\mu_s = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\mu_s = \frac{7}{4}$$

Contoh Soal Elastisitas Permintaan dan Elastisitas Penawaran Pada titik keseimbangan pasar.

Bila diketahui fungsi permintaan dan penawaran suatu

$$D : P = 16 - x^2 \quad \text{dan} \quad S : P = 4 + x$$

Carilah besarnya elastisitas permintaan dan penawaran barang ini pada titik keseimbangan pasar.

Penyelesaian soal :

$$\text{Diket. : } D : P = 16 - x^2$$

$$S : P = 4 + x$$

Tanya:  $\left. \begin{array}{l} \mu_D = \dots? \\ \mu_S = \dots? \end{array} \right\}$  Pada titik keseimbangan pasar

Jawab :

$$\# \quad D = S \rightarrow E$$

$$16 - 2x^2 = 4 + x$$

$$x^2 + x - 16 + 4 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$\text{Fokforisasi} \rightarrow (x_1 + 4)(x_2 - 3) = 0$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 3$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$P = 4 + x$$

$$P = 4 + 3 = 7$$

$$\boxed{P = 7}$$

sehingga

$$\boxed{E = (3, 7)}$$

$$\## \quad D: P = 16 - X^2$$

$$\frac{dP}{dx} = -2x$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{2x}$$

$$\mu D = \frac{D}{x} \cdot \frac{dx}{dP}$$

$$\mu D = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2(3)}$$

$$\mu D = \frac{7}{18}$$

$$\### \quad S: P = 4 + x$$

$$\frac{dP}{dx} = 1$$

$$\frac{dx}{dP} = 1$$

$$\therefore \mu S = \frac{P}{x} \cdot \frac{dx}{dP}$$

$$\mu S = \frac{7}{3} \cdot 1$$

$$\mu S = \frac{7}{3}$$

Biaya adalah : pengorbanan atau pengeluaran yang tidak dapat dihindari untuk menghasilkan atau memproduksi suatu barang dan atau memasarkannya.

Biaya Total (TC) adalah sejumlah biaya yang dibutuhkan untuk memproduksi dan atau memasarkan sejumlah barang atau jasa.

$$TC = f(x)$$

Biaya Rata (AC) adalah biaya perunit yang dibutuhkan untuk memproduksi suatu barang atau jasa pada tingkat produksi tertentu.

$$AC = \frac{TC}{x}$$

Biaya Marginal (MC) adalah besarnya pertambahan biaya total yang dibutuhkan akibat pertambahan hasil produksi satu unit pada suatu tingkat produksi tertentu.

$$MC = \frac{dTC}{dx}$$

Fungsi dan curva biaya total garis lurus linier

Bentuk umumnya biaya total linier adalah :

$$TC = ax + b$$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{ax + b}{x} = a + \frac{b}{x}$$

$$MC = \frac{dTC}{dx} = a$$

Contoh Soal:

Jika diketahui fungsi biaya total suatu barang adalah  $TC = 2x + 3$ . carilah fungsi biaya rata-rata dan biaya marginalnya?



Jawab :  $TC = 2x + 3$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{2x+3}{x} = 2 + \frac{3}{x}$$

$$MC = \frac{dTc}{dx} = 2$$

Fungsi dan curve biaya total garis tidak lurus parabola (kuadrat)

$$TC = ax^2 + bx + c$$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{ax^2 + bx + c}{x} = ax + b + \frac{c}{x}$$

$$MC = \frac{dTc}{dx} = 2ax + b$$

Contoh soal :

Jika diketahui fungsi biaya total dari suatu barang adalah  $TC = 2x^2 - bx + 8$  carilah fungsi biaya rata-rata dan biaya marginalnya?

Jawab :  $TC = 2x^2 - 6x + 8$

$$AC = \frac{TC}{x} = \frac{2x^2 - 6x + 8}{x} = 2x - 6 + \frac{8}{x}$$

$$MC = \frac{dTc}{dx} = 4x - 6$$

## HASIL PENERIMAAN PENJUALAN (REVENUE)

Penerimaan Total (TR) adalah : Besarnya hasil penerimaan total yang diterima oleh perusahaan atau produsen dari penjualan sejumlah produk yang diproduksinya.

$$TR = Z \cdot x$$

Penerimaan Rata-Rata (AR) adalah: Hasil penerimaan perunit yang diperoleh dari penjualan suatu barang atau jasa pada jumlah tertentu.

$$AR = \frac{TR}{X}$$

Penerimaan Marginal (MR) adalah: Besarnya penambahan hasil penerimaan yang diperoleh akibat pertambahan penjualan suatu barang atau jasa satu unit pada suatu tingkat jumlah tertentu.

$$MR = \frac{dTR}{dx}$$

Suatu perusahaan dikatakan :

1. LABA apabila  $TR - TC = (+)$
2. RUGI apabila  $TR - TC = (-)$
3. Pulang Pokok (BEP)  $TR - TC = 0 \rightarrow TR = TC$

Keuntungan maksimum dapat dicapai jika memenuhi beberapa syarat yaitu :

1. Syarat keharusan :  $MR = MC$
2. Syarat kecukupan  $MR' < MC'$

Contoh Soal :

Pada suatu pasar persaingan murni. Jika diketahui fungsi permintaan adalah  $D : P = 8$  dan biaya totalnya adalah  $TC = x^3 - 6x^2 + 12x$ . Pada saat produksi berapakah ( $x = \dots?$ ) tercapai keuntungan maksimum perusahaan tersebut dan berapa jumlah keuntungannya?

Penyelesaian Soal

Diket :  $D : P = 8$

$$TC = x^3 - 6x^2 + 12x$$

- Ditanya : 1). Pada saat produksi berapakah tercapai keuntungan maximum?  
2). Berapa jumlah keuntungan tersebut?

Jawab :

1. syarat 1  $MR = MC$

$$TR = P \cdot X$$

$$TR = 8 \cdot X$$

$$\rightarrow MR = \frac{dTR}{dx} = 8$$

$$\rightarrow MR = 8$$

$$TC = x^3 - 6x^2 + 12x$$

**UAS**

## Daftar Pustaka

- Chiang, A. C. (1974). *Fundamental Methods of Mathematical Economics* (2nd ed.). McGraw-Hill Companies.
- Dumairy. (1985). *Matematika terapan untuk bisnis dan ekonomi* /Dumairy. Yogyakarta :: BPFEE,.
- Johannes, H; Budiono Sri Handoko. (1984). *Pengantar matematika untuk ekonomi* / H. Johannes, Budiono Sri Handoko. Jakarta :: LP3ES,.
- Legowo, T.A. [et.AI]. (1982). *Dasar-dasar kalkulus : penerapannya dalam ekonomi* (Ed. ke-2). Jakarta: LPFEUI.
- Sofjan Assauri (pengarang). (1990; © 1983, Sofjan Assauri). *Matematika ekonomi* / Prof. Dr. Sofjan Assauri, S.E., M.B.A.. Jakarta :: Rajawali Pers,.