BOOK CHAPTER

DISTRIBUSI PELUANG
[DISTRIBUSI NORMAL]

Oleh:
Saut Pane
Dosen Program Studi Manajemen – FEB Universitas Jayabaya
dan
Ktut Silvanita M.
Dosen Program Studi Manajemen – FEB Universitas Kristen Indonesia
JAKARTA

Untuk
Laporan BKD Semester Ganjil 2022/2023
Jakarta, Januari 2023

TENTANG PENULIS

Book Chapter atau Book Section ini adalah kumpulan dari beberapa penulis baik pengarang nasional ataupun asing yang telah dirangkum oleh penulis sesuai sudut pandang penulis/editor. Book chapter ini merupakan lanjutan dari terbitan book chapter sebelumnya (tahun lalu 2022 semester ganjil) dan nantinya akan disatukan menjadi buku yang lengkap pada suatu saat nanti. Buku ini ditulis dan disempurnakan oleh dua orang penulis, yaitu Saut Pane Staf pengajar FEB Universitas Jayabaya dan Ktut Silvanita dosen FEB dan Magister manajemen Universitas Kristen Indonesia di Jakarta.

Isi dari book Chapeter ini memuat topik Distribusi Normal atau sering disebut Distribusi Kontiniu baik secara teoritis maupun dalam bentuk aplikasi-aplikasi dalam kehidupan nyata. Dalam daftar isi memuat Teori Distribusi Normal, Tambahan Teori yang merupakan sudut pandang yang berbeda, Ringkasan, Latihan soal-soal dan jawab/pemecahan, dan Latihan soal-soal secara mandiri/Tugas di rumah.

Dalam penulisan buga rampai distribusi peluang, masih ada kekurangan didalam penulisan, gaya, kualitas penyajian, jumlah halaman dan Pustaka yang kurang update, untuk itu akan terus diupayakan penyempurnaan Ketika nanti akan dijadikan sekumpulan tulisan dalam satu unit buku Statistika Inferensia. Untuk itu bila ada saran-saran atau masukan dalam pembuatan buku yang berkualitas akan diterima oleh penulis dengan tangan terbuka. Kiranya book chapter ini bermanfaat bagi pembaca yang Budiman. Terima kasih.

Jakarta, Januari 2023

PENDAHULUAN

PENERAPAN

Mungkin yang paling banyak dikenal dan digunakan dari semua distribusi adalah distribusi normal. Cocok dengan banyak karakteristik manusia, seperti tinggi, berat, panjang, kecepatan, IQ, skolastik prestasi, dan tahun harapan hidup, antara lain. Seperti rekan manusia mereka, makhluk hidup di alam, seperti pohon, hewan, serangga, dan lain-lain, memiliki banyak ciri yang terdistribusi secara normal. Banyak variabel dalam bisnis dan industri juga terdistribusi secara normal.

Beberapa contoh variabel yang dapat menghasilkan pengukuran terdistribusi normal meliputi biaya asuransi rumah tangga tahunan, biaya per kaki persegi menyewa ruang gudang, dan kepuasan manajer dengan dukungan dari kepemilikan pada skala lima poin. Selain itu, sebagian besar barang diproduksi atau diisi oleh mesin terdistribusi secara normal. Karena banyak aplikasinya, distribusi normal menjadi sangat penting, selain banyak variabel yang disebutkan yang terdistribusi secara normal, distribusi normal dan probabilitas yang terkait merupakan bagian integral dari proses statistik.

TUJUAN

Tujuan pembelajaran utama Dari bagian ini adalah untuk membantu memahami distribusi berkelanjutan, sehingga memungkinkan Anda untuk dapat:

1) Menyelesaikan probabilitas dalam distribusi seragam kontinu.
2) Menyelesaikan probabilitas dalam distribusi normal menggunakan skor z dan untuk mean, standar deviasi, atau nilai x dalam distribusi normal diberikan informasi tentang luas daerah di bawah kurva normal.
3) Menyelesaikan masalah dari distribusi binomial diskrit menggunakan distribusi normal kontinu dan mengoreksi kontinuitas.
4) Menyelesaikan probabilitas dalam distribusi eksponensial dan bandingkan distribusi eksponensial ke distribusi Poisson diskrit

TEORI GAUSS

Distribusi Normal atau teori gauss merupakan sebuah distribusi dengan variabel acak kontinu, melakukan pengkajian mengenai kecenderungan distribusi mengumpul disekitar rata-rata dan menemukan metode matematika.

- Temperatur (dalam Fahrenheit) dalam secangkir kopi yang di sajikan di McDonald.
- Berat (dalam ons) strawberry yang disalurkan oleh mesin pengisian otomatis sebanyak 16 ons ke dalam toples.
- Waktu (dalam menit) yang harus ditunggu oleh pelanggan di toko untuk menerima otorisasi kartu kredit.
- Tingkat bunga (dalam persen) yang dibebankan untuk pinjaman hipotek di bank

VARIABEL ACAK KONTINU

Suatu variabel acak kontinu, di sisi lain, dicirikan oleh nilai tak terhitung karena dapat mengambil nilai apa pun dalam interval. Contoh variabel acak kontinu termasuk investasi pengembalian reksa dana, waktu tunggu di pintu tol, dan jumlah soda dalam cangkir. Dalam semua contoh ini, tidak mungkin daftar semua nilai yang mungkin dari variabel acak. Dalam bagian ini, kita fokus pada variabel acak kontinu. dan merupakan batu penjuru inferensi statistik.
Distribusi Peluang terdiri dari variabel acak diskrit dan kontiniu. Dengan mengklasifikasikan variabel acak sebagai diskrit atau variabel acak kontinu, tergantung pada rentang nilai numerik yang diasumsikan. Asumsi variabel acak diskrit sejumlah nilai berbeda yang dapat dihitung, seperti jumlah rumah bahwa makelar menjual dalam sebulan, jumlah penyitaan dalam sampel dari 100 rumah tangga, dan jumlah mobil yang mengantre di pintu tol.

CIRI-CIRI DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi normal menunjukkan ciri-ciri sebagai berikut.

- Distribusi yang berkelanjutan.
- Distribusi simetris tentang rata-ratanya.
- Asimptotik terhadap sumbu horizontal.
- Bersifat unimodal.
- Bagian dari kelompok berbagai macam kurva.
- Area di bawah kurva adalah 1.

DAFTAR ISI

BAB – I
DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi normal merupakan distribusi yang secara luas banyak digunakan dalam berbagai penerapan. Distribusi normal merupakan distribusi kontinu yang mensyaratkan variabel yang diukur harus kontinu, misalnya tinggi badan, berat badan, skor IQ, jumlah curah hujan, hasil ujian dan sebagainya. Distribusi normal merupakan distribusi yang sangat penting karena banyak data hasil penelitian yang mengikuti distribusi ini. Distribusi normal banyak digunakan pada statistika inferensial sebagai model distribusi peluang terutama digunakan sebagai acuan untuk pengujian hipotesis. Berbeda dengan statistik deskriptif yang meyajikan tendesi sentral dan variabilitas distribusi gejala yang diselidiki, dalam distribusi inferensial menyajikan informasi yang jauh lebih banyak daripada hanya deskripsi semata-mata.

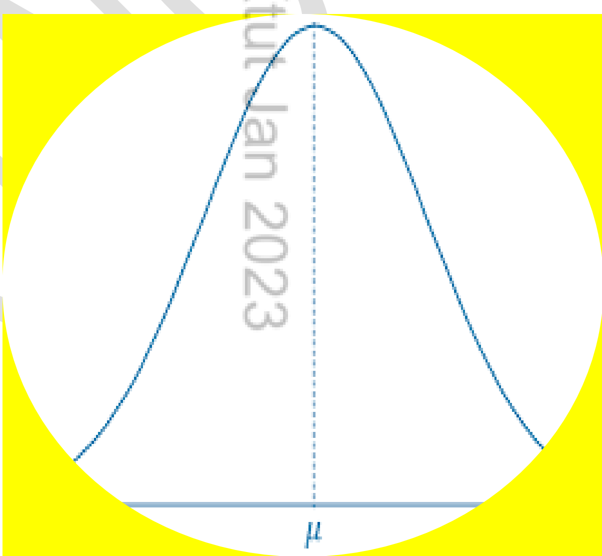
Distribusi normal disebut juga dengan distribusi Gauss sesuai dengan nama penemunya. Teori gauss adalah distribusi dengan variabel acak kontiru, melakukan pengkajian mengenai kecenderungan distribusi mengumpul disekitar rata rata dan menemukan metode matematika.

Distribusi normal merupakan sebuah fungsi probabilitas yang menunjukkan distribusi atau penyebaran suatu variabel. Fungsi tersebut umumnya dibuktikan oleh sebuah grafik simetris yang disebut kurva lonceng (bell curve). Saat menandakan distribusi yang merata, kurva akan memuncak di bagian tengah dan melandai di kedua sisinya dengan nilai yang setara.

Teori distribusi ini dikenal pula dengan istilah Distribusi Gauss (Gaussian Distribution). Istilah tersebut mengacu pada Carl Friedrich Gauss, seorang matematikawan asal Jerman yang mengembangkan teori distribusi berisi fungsi eksponensial dua parameter pada periode 1794-1809. Meski demikian, teori awal yang menjadi cikal-bakal fungsi distribusi tersebut sebenarnya mulai dikembangkan oleh Abraham de Moivre pada tahun 1733.

1.1. Pengertian Distribusi Normal

Distribusi Normal merupakan distribusi teoritis dari variabel random yang kontinu pengalaman telah membuktikan bahwa sebagian besar dari variabel random yang kontinu di pelbagai bidang aplikasi yang beraneka ragam umumnya memiliki distribusi yang dapat didekati dengan distribusi normal atau dapat menggunakannya sebagai model teortisnya.



Distribusi normal demikian merupakan distribusi yang simetris, berbentuk genta dan kontinu serta memiliki fungsi frekuensi

RUMUS:

$$f(\times) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e - \left(\frac{1}{2}\sigma^2 x\right)(x - \mu x)^2$$

keterangan:
σ = Standar Deviasi (simpangan baku)
μ = Mean (rata – rata)
e = Konstanta bilangan euler (2, 178…)
x = Nilai dari variable acak X

Fungsi kepadatan dari variabel random X dengan rata rata μ dan variansi σ^2 adalah

$f(x)= \sigma\ N\ (x;\mu\ ;\sigma)=\ 1/(\sigma\sqrt{2n})\cdot e$^$(-1/2((x-\mu)/\sigma\ )$^2)

Dengan $-\infty<x<\infty$, π=3,14159…, e=2,728. Fungsi f(x) diatas juga dinamakan fungsi kepekatan normal (normal density function). Perumusan diatas, distribusi normal tergatung pada 2 parameternya yaitu rata – rata μ_x , dan varians σ^2_x. dengan lain perkataan, distribusi normal umum merupakan sekeluarga kurva yang berparameter dua buah dan agar kita memperoleh suatu gambaran tentang distribusi normal yang khusus, kedua parameter diatas harus diberi harga yang tertentu pula.

Alhasil, fungsi kepekatan normal dinayatakan sebagai:

$$n(x|^{\mu}x, \sigma^2 x) = f(\times) = \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} e - \left(\frac{1}{2}\sigma^2 x\right)(x - \mu x)^2$$

Dengan sendirinya, suatu distribusi normal dapat dibedakan dari distribusi normal yang lain atas dasar perbedaan rata –

ratanya atau variannya atau kedua – duanya. Karena distribusinya kontinu, cara menghitung probabilitanya dilakukan dengan jalan menentukan luas dibawah kurvanya. Sayangnya, fungsi frekuensi normal tidak memiliki integral yang sederhana sehingga probabilitanya umumnya dihitung dengan menggunakan disribusi normal standar dimana variabel randomnya ialah Z dengan $\mu_Z = 0$ dan $\sigma^2_x = 1$.

Dalam aplikasi didtribusi normal, kurva distribusi normal standar dapat digunakan untuk memecahkan berbagai masalah praktis. Untuk menyelesaikan masalah dengan menggunakan distribusi normal baku, ubahlah variabel asal menjadi variabel distribusi normal baku dengan menggunakan rumus:

$$z = \frac{value - mean}{standart\ deviation} \quad atau \quad z = \frac{x - \mu}{\sigma} \ atau$$

$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{X} - \mu\mathbf{X}}{\sigma\mathbf{X}}$. Bila Z merupakan variabel random yang kemugkinan harga – harganya menyatakan bilangan – bilangan riil antara - ∞ dan + ∞, maka Z dinamakan variabel normal standar bila dan hanya bila probabilita interval dari a ke b menyatakan luas dari a ke b antara sumbu Z dan kurva normalnya dan persamaannya diberikan sebagai: f(z) = $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)} z^2$. fungsi yang dirumuskan disamping dinamakan fungsi kepekatan normal standar (standard normal density function).

Distribusi kontinu mempunyai fungsi matematis tertentu. Jika fungsi matematis tersebut digambar, maka akan terbentuk kurva kepadatan dengan sifat sebagai berikut:

1) Probabilitas nilai x dalam variabel tersebut terletak dalam rentang antara 0 dan 1
2) Probabilitas total dari semua nilai x adalah sama dengan satu (sama dengan luas daerah di bawah kurva). Fungsi kepadatan merupakan dasar untuk mencari nilai probabilitas di antara dua nilai variabel. Probabilitas di antara dua nilai adalah luas daerah di bawah kurva di antara dua nilai dibandingkan dengan luas daerah total di bawah kurva. Dapat dicari luas daerah tersebut dengan menggunakan integral tertentu (definit integral). Persamaan matematika distribusi peluang peubah normal kontinu bergantung pada dua parameter μ dan σ yaitu rataan dan simpangan baku. Jadi fungsi padat x akan dinyatakan dengan n (x; μ, σ).

Seperti halnya teori distribusi lain dalam statistika probabilitas, bentuk kurva serta nilai peluang distribusi normal ditentukan oleh sejumlah parameter. Untuk distribusi ini, terdapat dua jenis parameter yang dijadikan acuan, yakni mean (nilai rata-rata) serta standar deviasi atau simpangan baku.

a) Nilai rata-rata digunakan sebagai pusat distribusi atau penyebaran nilai lainnya. Nilai tersebut akan menentukan lokasi titik puncak dalam kurva lonceng, sedangkan nilai-nilai lainnya akan menyebar mengikuti rerata.

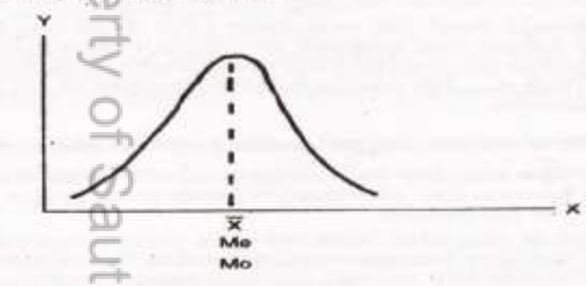
b) Standar deviasi adalah penghitungan variabilitas yang menentukan lebar sebuah kurva distribusi normal. Standar ini dapat menghitung seberapa jauh kecenderungan data akan melebar dari nilai rata-rata yang menjadi titik pusatnya. Semakin kecil nilai standar deviasi, maka kurva akan berbentuk semakin runcing. Selain itu, standar deviasi juga menggambarkan jarak atau selisih umum antara mean dengan data lain yang diobservasi.

1.2. Ciri-ciri Distribusi Normal

Ciri-ciri distribusi normal:

a) Kurvanya mempunyai puncak tunggal
b) Kurvanya berbentuk seperti lonceng
c) Rata-rata terletak di tengah distribusi dan distribusinya simetris di sekitar garis tegak lurus yang ditarik melalui rata-rata
d) Kedua ekor kurva memanjang tak berbatas dan pernah memotong sumbu horizontal

Grafik 9.5 Ciri-ciri Distribusi Normal



Contoh:

Variaber X terdistribusi normal dengan mean 50 dan standard deviasi =10. Carilah probabilitas untuk menemukan X bernilai antara 45 dan 62?

Jawab:

Dalam soal ini μ = 50 dan σ=10. x1 = 45 dan x2 =62
Pertama kita mapping x ke z (melakukan normalisasi atau standardisasi):
$z1 = (x1 - \mu)/\sigma \rightarrow z1 = (45-50)/10 = -0.5$
$z2 = (x2 - \mu)/\sigma \rightarrow z2 = (62-50)/10 = 1.2$
Sehingga
$P(45 < x < 62) = P(-0.5 < z < 1.2)$
$P(-0.5 < z < 1.2) = P(z < 1.2) - P(z < -0.5) = 0.8849 - 0.3085 = 0.5764$

Diketahui luas dibawah distribusi normal yg diinginkan yang terkait dengan besar probabilitas, ingin dicari nilai variabel random X yg terkait.

Contoh:

Misalkan distribusi normal memiliki $\mu=40$ $\sigma=6$, carilah nilai x0 sehingga: $P(x<x0) = 45\%$; $P(x>x0)=14\%$

Jawab:

a) Kita mulai dengan mencari nilai Z yg sama luasnya. $P(z<z0) = 45\% = 0.45$ → dari tabel z0 = -0.13 $z0 = (x0-\mu)/\sigma$ → $x0 = \mu + \sigma z0 = 40 + 6*(-0.13) = 39.22$

b) Kita mulai dengan mencari nilai Z yg sama luasnya. $P(z>z0) = 14\%$ → $P(z<z0) = 1- P(z>z0) = 1-0.14 = 0.86$. $P(z<z0) = 0.86$ → dari tabel z0 = 1.08. $z0 = (x0-\mu)/\sigma$ → $x0 = \mu + \sigma z0 = 40 + 6*(1.08) = 46.48$

Kurva Normal Standar (Kurva Normal Baku)

Kurva normal yang memiliki nilai rata – ratanya sama dengan nol (X sebar = 0) dan simpangan bakunya adalah 1. Dalam kurva normal umum nilai rata – rata sama dengan x dan nilai simpangan baku 1s, 2s, 3s. dengan kata lain dalam kurva normal umum nilai rata – ratanya tidak sama dengan nol (0) dan nilai simpangan bakunya tidak sama dengan 1. Distribusi normal standar adalah cara menyelesaikan kurva normal dengan lebih praktis karena sudah memiliki data lebih jelas (berupa tabel data) dan menggunakan rumus Z Kurva normal umum dapat diubah kedalam kurva normal baku dengan menggunakan rumus Z:

$$z = \frac{Xi - Xk}{S}$$

z = nilai standard
X_i = Data ke i dari suatu kelompok data
X_K = rata-rata kelompok
S = simpangan baku

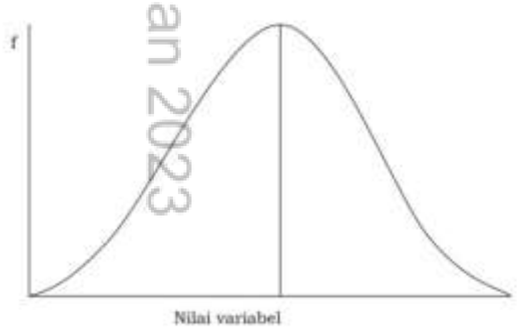
1.3. Sifat-sifat Distribusi Normal

Sifat – sifat Kurva Normal:

a) Nilai Mean = Median = Modus dan Grafiknya selalu di atas sumbu datar x
b) Mempunyai satu modus dan bentuk grafik simetris, yaitu pada mean x = μ
c) Luas seluruh daerah di bawah kurva adalah 1 (Domainnya - ∞ < X < ∞)
d) Kurva simetris pada nilai μ (luas daerah kanan = luas daerah kiri)
e) Semakin besar σ (simpangan baku) maka semakin lebar kurva

1. Bentuk Kurva Normal

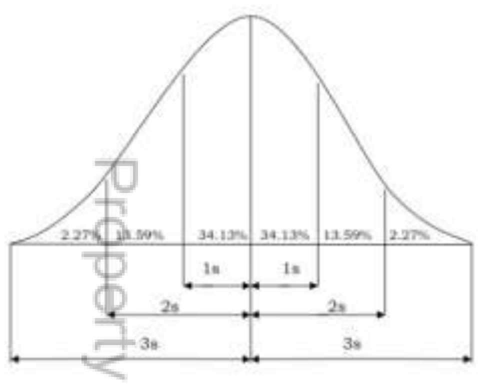
   Menyerupai bentuk genta (bel). Kurva normal merupakan suatu polygon yang dilicinkan yang mana ordinatnya memuat frekuensi dan absisnya memuat nilai variable. Bentuk kurva normal adalah simetris, sehingga luas rata –



   rata (mean) ke kanan dan ke kiri masing – masing mendekati 50%, memiliki satu modus. Jadi kurva unimodal

2. Daerah Kurva Normal

Ruangan yang dibatasi daerah kurva dengan absisnya disebut daerah kurva normal. Luas daerah kurva normal bisa dinyatakan dalam persen atau proposi. Dengan kata lain luas daerah kurva normal adalah 100%, apabila di nyatakan dalam persen, dan apabila di nyatakan dengan



proporsi, luas daerah kurva normal

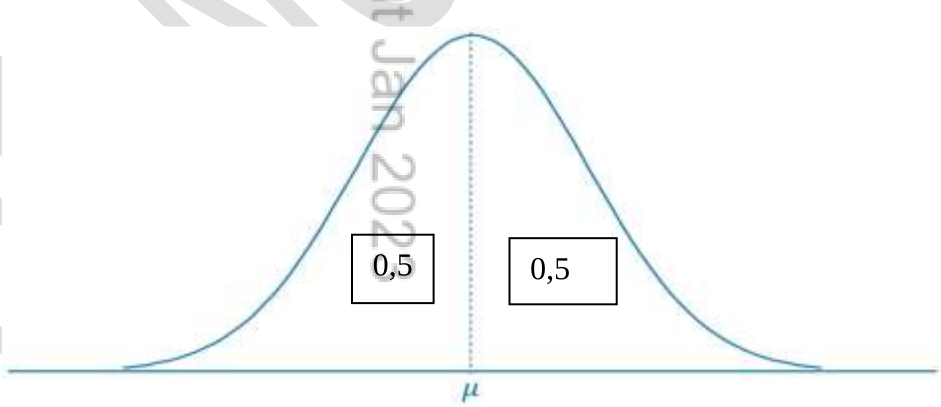
Standar deviasi adalah penghitungan variabilitas yang menentukan lebar sebuah kurva distribusi normal. Standar ini dapat menghitung seberapa jauh kecenderungan data akan melebar dari nilai rata-rata yang menjadi titik pusatnya. Semakin kecil nilai standar deviasi, maka kurva akan berbentuk semakin runcing. Selain itu, standar deviasi juga menggambarkan jarak atau selisih umum antara mean dengan data lain yang diobservasi.
Kurva distribusi selalu bersifat simetris dengan bentuk lonceng (bell curve). Titik puncak kurva adalah nilai rata-rata. Nilai ini berada tepat di tengah kurva, sedangkan data distribusi terletak di sekitar garis lurus yang ditarik ke bawah dari titik tengah tersebut.

Dalam kurva distribusi, dapat disimpulkan jika setengah data populasi akan memiliki nilai yang kurang dari angka rata-rata, sedangkan sebagian lagi memiliki nilai yang lebih besar.

Masing-masing ekor kurva di kedua sisi memanjang tak berbatas. Dalam beberapa kasus penghitungan distribusi, ekor kurva bahkan bisa memotong sumbu horizontal. Adapun beberapa sifat penting dan distribusi normal, diantaranya:

1) Kurva berbentuk lonceng dan simetris terhadap garis tegak $x = \mu$
2) Kurva selalu berada diata sumbu – x atau $f(x) > 0$
3) Rataan, median, dan modus dari distribusi berhimpitan
4) Fungsi kepadatan peluang mencapai nilai maksimum di $x = \mu$ sebesar $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$
5) Luas daerah dibawah kurva fx dan diatas sumbu – x adalah 1, yaitu P($-\infty < x < \infty$)= 1
6) Kurva distribusi normal secara asimtots mendekati sumbu – x pada ujung ujungnya

Contoh Kurva Distribusi Normal



Mean, Variasi, dan Fungsi Pembangkit Momen

Mean, variasi, dan fungsi pembangkit momen dari distribusi normal umum sebagai berikut :

$\boxed{\mu = 1}$

Mean *E(X)* = μ

Bukti

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x \ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx$$

$$= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx$$

Misalkan $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ maka $dx = \sigma dz$, sehingga:

$$E(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (\mu + \sigma z) \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mu \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma z \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$= \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz + \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

$$= \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \cdot 2 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \cdot (e^{\infty} - e^{-\infty}) dz$$

$$= \frac{2\mu}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2\pi} - \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \cdot 0$$

$$= \mu - 0$$

$$= \mu$$

Variansi $Var(X) = \sigma^2$

Bukti

$$\sigma^2 = E[(x-\mu)]^2$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2} dx$$

Misalkan $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ maka $dx = \sigma dz$, sehingga :

$$E[(x-\mu)]^2 = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \sigma^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} \sigma dz$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz$$

Menggunakan integral parsial, misal:

$u = z \rightarrow \ du = dz, dv = z e^{-\frac{1}{2}(z)^2} dz \rightarrow \ v = -e^{-\frac{1}{2}(z)^2}$, sehingga:

$$E[(x-\mu)]^2 = \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}[(-ze^{-\frac{1}{2}(z)^2})_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\frac{1}{2}(z)^2}\, dz]$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}[0 + 2\int_{-\infty}^{\infty} -e^{-\frac{1}{2}(z)^2}\, dz]$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sqrt{2\pi}}\left[0 + 2\frac{1}{2}\sqrt{2\pi}\right]$$

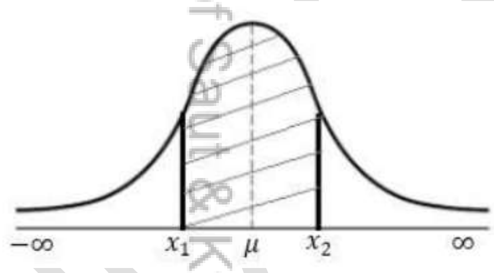
$$= \sigma^2$$

Standar deviasi

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Luas Daerah Kurva Normal

Probabilitas distribusi normal $f(x)$ pada interval $x_1 < x < x_2$, ditentukan dengan mencari luas daerah dibawah kurva yang ditunjukan pada gambar dibawah.



Probabilitas *P(*$x_1 < x < x_2$*)* ditunjukan oleh luas daerah yang diarsir yang dibatasi oleh kurva *f(x)* sumbu – x, garis tegak $x = a$ dan $x = b$. Karena *f(x)* merupakan fungsi kontinu, probabilitas *P(*$x_1 < x < x_2$*)* dihitung dengan menggunakan integral dari fungsi *f(x)* yang dibatasi oleh $x = a$ dan $x = b$, yaitu:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f\ (x)\, dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}}\ e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Integral digunakan untuk menghitung daerah di bawah kurva distribusi normal standar.
Akan tetapi, secara sistematis bentuk integral dari fungsi *f(x)* tersebut sulit dipecahkan
secara langsung dengan teknik integral oleh karena itu variabel random normal *X* ditransformasikan ke suatu variabel normal standar *Z* dengan rata-rata μ = 0 dan variansi
σ^2 = 1, untuk menyelesaikan integral dari distribusi probabilitas normal. Tranformasi yang
dimaksud yaitu:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Jika variabel random normal X menghasilkan nilai x, maka nilai yang sama dalam variabel random Z adalah $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$. Jika x terletak antara nilai $x = x_1$ dan $x = x_2$ maka diperoleh

$$z_1 = \frac{X_1 - \mu}{\sigma}$$

$$z_2 = \frac{X_2 - \mu}{\sigma}$$

Dari uraian sebelumnya dapat dituliskan:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$= \int_{z_1}^{z_2} N(z; 0,1)$$

$$= P(z_1 < x < z_2)$$

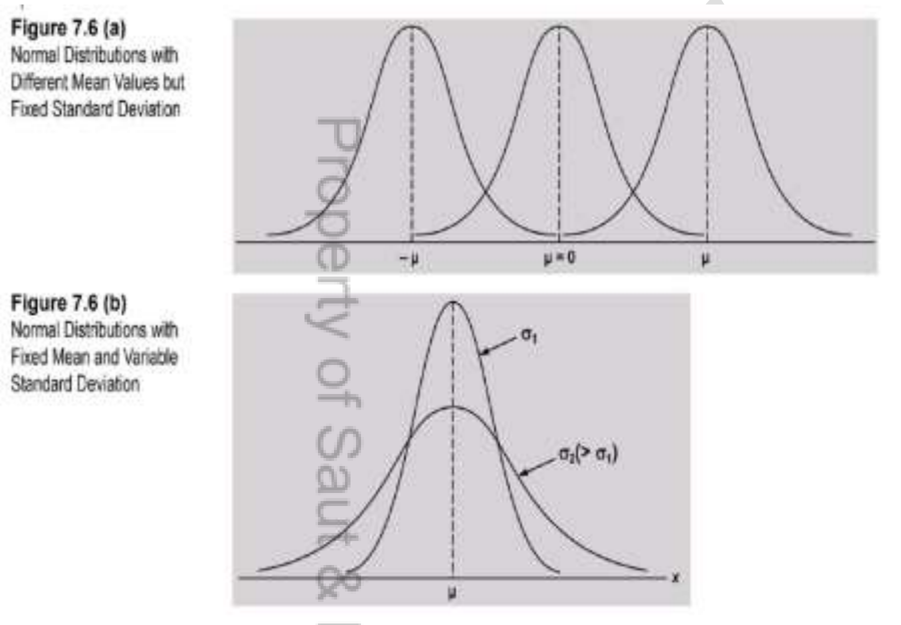
Definisi

Distribusi probabilitas dari variabel random normal z dengan rata – rata $\mu = 0$ dan variansi $\sigma^2 = 1$ disebut distribusi normal baku dengan notasi *N* (0.1)

Membaca Tabel Distribusi Normal untuk Menentukan Luas Di Bawah Kurva Normal

Berikut merupakan tabel distribusi normal standar (tabel z) untuk $P(X < x)$ atau dapat diilustrasikan dengan luas kurva normal standar dari $X = -\infty$ sampai dengan $X = x$.

Dalam karakteristik distribusi normal, setiap distribusi mungkin memiliki rata-rata μ atau standar deviasi σ yang berbeda. Sebuah distribusi normal yang unik dapat didefinisikan dengan memberikan nilai spesifik pada rata-rata μ atau standar deviasi σ dalam fungsi densitas probabilitas normal. Nilai σ yang besar mengurangi tinggi kurva dan meningkatkan sebaran, nilai σ yang kecil menambah tinggi kurva dan mengurangi sebaran. Gambar 7.6 (a) menunjukkan tiga distribusi normal dengan nilai rata-rata dan standar deviasi yang berbeda, sedangkan pada gambar 7.6 (b) distribusi normal ditunjukkan dengan nilai standar deviasi dan rata-rata yang berbeda.



1.4. Hubungan Distribusi Normal dengan Distribusi Binomial

1) Distribusi binomial merupakan sebuah distribusi yang diskrit sedangkan distribusi normal merupakan sebuah distribusi yang kontinu, sehingga probabilitas yang dinyatakan dengan ordinat binomial perlu diganti dengan luas binomial karena luas selalu dipakai untuk menyatakan probabilitas dalam distribusi yang kontinu.

2) Skala x perlu diganti dengan skala z agar tidak terjadi proses"bergerak" dan "mendatar" bila n berangsur-angsur menjadi besar.

3) Pendekatan secara normal terhadap probabilitas binomial dapat dilakukan dengan menghitung luas yang terdapat dibawah kurva normal.

4) Fungsi kepadatan dari variabel random X dengan rata rata μ dan variansi σ^2 adalah:

$$f(x) = \sigma N\,(x; \mu\,; \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$$

Keterangan**:**

$f(x)$ = fungsi kepadatan peluang
x = pengubah acak normal yang nilainya$-\infty < x < \infty$,
μ = rata – rata
σ = standar deviasi
π = konstanta yang nilainya 3,14159
e = konstanta yang nilainya 2,72828

Perkiraan normal untuk distribusi binomial. Distribusi normal sering digunakan untuk memecahkan masalah yang melibatkan distribusi binomial karena ketika besar (katakanlah, 100), perhitungannya terlalu sulit dilakukan dengan tangan menggunakan distribusi binomial. Distribusi binomial memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

a) Harus ada jumlah percobaan yang tetap.
b) Hasil dari setiap percobaan harus independen.
c) Setiap percobaan hanya dapat memiliki dua hasil atau hasil yang dapat dikurangi menjadi dua hasil.
d) Probabilitas keberhasilan harus tetap sama untuk setiap percobaan.

Ingat juga bahwa distribusi binomial ditentukan oleh n (jumlah percobaan) dan p (probabilitas sukses). Ketika p kira-kira 0,5, dan ketika n bertambah, bentuk distribusi binomial menjadi mirip dengan distribusi normal. Semakin besar n dan semakin dekat p ke 0,5, semakin mirip bentuk distribusi binomial dengan distribusi normal. Tetapi ketika p mendekati 0 atau 1 dan n relatif kecil, perkiraan normal menjadi tidak akurat. Sebagai patokan, statistik umumnya setuju bahwa perkiraan normal harus digunakan hanya ketika np dan nq keduanya lebih besar dari atau sama dengan 5. (Catatan: q = 1-p.) Misalnya, jika p adalah 0,3 dan n adalah 10, maka np = (10) (0,3) = 3, dan distribusi normal sebaiknya tidak digunakan sebagai pendekatan. Sebaliknya, jika p = 0,5 dan n = 10, maka np = (10) (0,5) = 5 dan ng = (10) (0,5) = 5, dan distribusi normal dapat digunakan sebagai pendekatan. Selain kondisi sebelumnya NP 2 5 dan ng> 5, koreksi kontinuitas dapat digunakan dalam pendekatan normal.

Koreksi untuk kontinuitas adalah koreksi yang digunakan ketika distribusi kontinu digunakan untuk mendekati distribusi diskrit. Koreksi kesinambungan berarti bahwa untuk nilai X tertentu, katakanlah 8, batas-batas X dalam distribusi binomial (dalam hal ini, 7,5 hingga 8,5) harus digunakan. (Lihat Bagian 1–2.) Oleh karena itu, ketika Anda menggunakan distribusi normal untuk mengaproksimasi binomial, Anda harus menggunakan batas nilai spesifik X seperti yang diperlihatkan dalam distribusi binomial. Misalnya, untuk P(X = 8), koreksinya adalah P(7,5 < X < 8,5). Untuk P(X <7), koreksinya adalah P(X < 7,5). Untuk P(X > 3), koreksinya adalah P(X > 2,5).

Rumus *mean* dan standar deviasi untuk distribusi binomial diperlukan untuk perhitungan. Diantaranya adalah:

$$\mu = n.p \quad and \quad \sigma = \sqrt{n.p.q}$$

BAB – II
TAMBAHAN DALAM TEORI DISTRIBUSI PELUANG

Dalam banyak kasus percobaan acak tidak menghasilkan variabel acak diskrit. Variabel acak kontinu seperti tinggi, waktu, berat, nilai moneter, umur produk tertentu, dll. Dapat mengambil nilai apa pun dalam interval nilai tertentu segera setelah garis sebenarnya. Jumlah probabilitas untuk masing-masing nilai yang sangat besar ini tidak sama dengan 1.

Fungsi kerapatan probabilitas untuk variabel acak kontinu, x adalah kurva sedemikian rupa sehingga luas di bawah kurva ini pada suatu interval sama dengan probabilitas bahwa x jatuh dalam interval itu. Karakteristik tertentu dari fungsi kepadatan probabilitas untuk variabel acak kontinu, x adalah sebagai berikut:

a) Area di bawah distribusi probabilitas kontinu = 1
b) probabilitas $P(a \leq x \geq b)$ bahwa variabel acak nilai x akan jatuh dalam interval tertentu dari a ke b sama dengan luas daerah di bawah kurva kerapatan antara titik (nilai) a dan b.

Dalam Distribusi Probabilitas Berkelanjutan, klasifikasi variabel acak terdiri dari diskrit atau kontinu. Variabel acak diskrit mengasumsikan sejumlah nilai berbeda yang dapat dihitung, seperti jumlah rumah yang dijual makelar barang tak bergerak dalam sebulan, jumlah barang cacat dalam sampel 20 suku cadang mesin. dan jumlah mobil yang mengantri di pintu tol. Variabel acak kontinu, di sisi lain, dicirikan oleh nilai yang tidak dapat dihitung karena dapat mengambil nilai apa pun dalam suatu interval. Contoh variabel acak kontinu termasuk pengembalian investasi pada reksa dana, waktu tunggu di loket tol, dan jumlah soda dalam cangkir. Dalam semua contoh ini, tidak mungkin mencantumkan semua nilai yang mungkin dari variabel acak. Dalam topik ini, fokus pada variabel acak kontinu. Sebagian besar bab ini dikhususkan untuk distribusi normal, yang merupakan distribusi probabilitas kontinu yang paling banyak digunakan dan merupakan landasan inferensi statistik. Distribusi kontinu penting lainnya yang dibahas adalah distribusi kontinu seragam, eksponensial, dan lognormal.

BAB – III
RINGKASAN

Teori probabilitas menyajikan metode-metode yang berkaitan dengan ketidakpastian dan merupakan suatu bagian yang tidak dapat terpisahkan dari proses pengambilan keputusan manajemen. Beberapa konsep dasar dari teori probabilitas adalah sbb:

1) PERSAMAA FUNGSI DISTRIBUSI NORMAL

Dsitribusi variabel acak diskrit adalah Distribusi binomial dan poisson, sedangkan disribusi normal termasuk distribusi dengan variabel kontinu. Distribusi Normal dapat didefinisikan sebagai suatu variabel X random kontinu yang mengikuti fungsi densitas, dengan persamaannya adalah:

$$\mathbf{f(x)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{\frac{1}{2}\ \frac{(x-\mu)^2}{\sigma}}$$

Keterangan:
x = nilai data
π = 3,142
σ = simpangan baku
μ = rata-rata x
e = 2,71828

2) DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi Normal Standar adalah distribusi normal yang memiliki rata-rata μ = 0, dan simpangan baku σ = 1. Atau bisa dibilang Distribusi normal standard adalah cara menyelesaikan distribusi normal dengan lebih praktis karena sudah memiliki data lebih jelas (berupa tabel data. Proses mengubah distribusi normal umum menjadi distribusi normal baku menggunakan transformasi nilai baku, dengan menggunakan rumus berikut:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

3) SIFAT-SIFAT DISTRIBUSI NORMAL

Sifat-sifat penting distribusi normal adalah sebagai berikut.

a) Nilai mean = median = modus,
b) Grafiknya selalu diatas sumbu datar x,
c) Bentuk grafik simetri terhadap mean x = μ,
d) Model kurva leptokurtik, platikurtik, mesokurtik tergantung S

4) DISTRIBUSI NORMAL MEMILIKI FUNGSI

Dsitribusi variabel acak diskrit adalah Distribusi binomial dan poisson,

BAB - IV
SOAL-SOAL DAN PENYELESAIAN

1. Sebuah perusahaan menggaji karyawannya rata – rata Rp.925 per jam, dengan simpangan baku (standar deviasi) Rp.60,- Bila gaji berdistribusi mendekati normal dan dibayarkan dalam bentuk satuan bilangan bulat rupiah. Hitunglah :

a. Presentase karyawan yang bergaji antaraRp. 875 dan Rp. 969 per jam.
b. Presentase karyawan yang bergaji dibawah Rp. 800 per jam
c. Di atas berapa rupiahkah 5% gaji per jam tertinggi?
d. Di bawah berapa rupiahkah 10% gaji per jam terendah?

Penyelesaian:

a) Presentase gaji antara Rp. 875 dan Rp. 969

$\mu = 925 \quad \sigma = 60$

dengan rumus $Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ diketahui

$Z1 = \frac{875-925}{60} = -0{,}83$

$Z2 = \frac{969-925}{60} = 0{,}73$

P (875 < X < 969 = P (-0,83 < z < 0) + P (0 < z < 0,73)
= 0,2967 + 0,2642
= 0,5609

b) Presentase gaji dibawah 800

$Z = \frac{800-925}{60} = -2{,}08$

P (X < 800) = 0,5 – (- 2,08 < z < 0)
= 0,5 – 0,4812
= 0,0188

Presentase gaji dibawah 800 adalah 1,88%

c) Probabilita 0,05

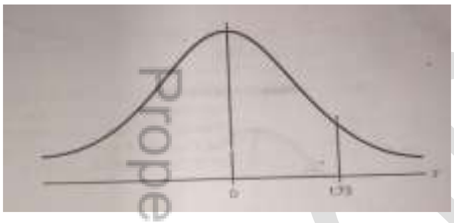
Prob Z =0,5 – 0,05 = 0,45; Z = 1.645

$1.645 = \frac{x-92}{60}$

X = (60 x 1,645) + 925
X = 1023,7
Jadi 5% gaji tertinggi adalah diatas Rp. 1023,7

d) Probabilita 0,1
Prob Z = 0,5 – 0,1 = 0,4
Z = 1,285
X = (60 x 1,285) + 925 = 1002,1

2. Find the area under the standart normal distribution curve to the left 0f z =1.73.
Solution:



We are looking for the area under the standard deviation distribution curve to the left of z = 1.73. Since this is an example of the first case, look up the area in the table. It is 0.9582. Hence, 95.82% of the area is to the left of z = 1.73.

3. Sebuah produsen jus jeruk membeli semua jeruk dari sebuah kebun jeruk besar yang memiliki satu varietas jeruk. Berat perasan yang diperoleh dari masing-masing jeruk untuk segelas jus rata-rata 4,70 ons dan standar deviasi 0,40 ons. Jika 25 jeruk dipilih secara random, Tentukan Probabilita berat perasan jeruk paling sedikit 4,6 ons?

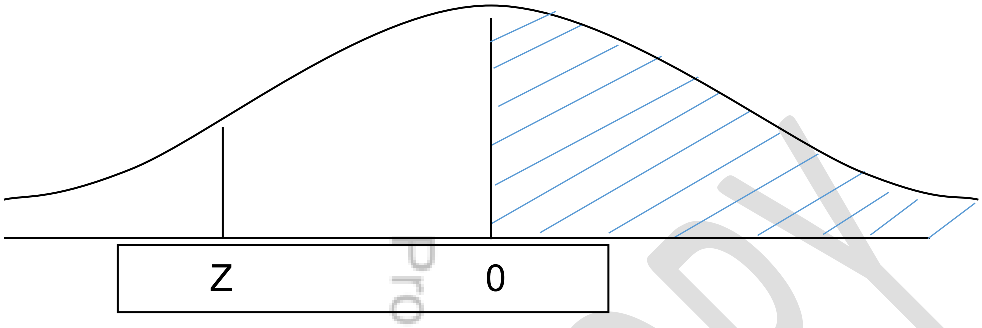
Penyelesaian:
Diketahui:
$\mu\bar{x} = \mu = 4{,}70$
$\sigma = 0{,}40$
$n = 25$

Ditanya: P ($\bar{x} \geq 4{,}6$)?

Jawab:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}4}{\sqrt{25}} = 0{,}08$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu\bar{x}}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{4{,}6 - 4{,}7}{0{,}08} = -1{,}25$$



lihat tabel z:
luas sebelah kanan 0 = 0,5000
luas antara z-0 = <u>0,3944+</u>
luas sebelah kanan z = 0,8944

Kesimpulan: Jadi, dari 25 jeruk yang diambil probabilita berat perasan jeruk paling sedikit 4,6 ons adalah sebesar 0,8944 atau 89,44%

4. When n = 10 and p = 0.5, use the binomial distribution table (table B in Appredix A) to find the probability that x = 6 then use the normal approximation to find the probability that x=6

Solution:

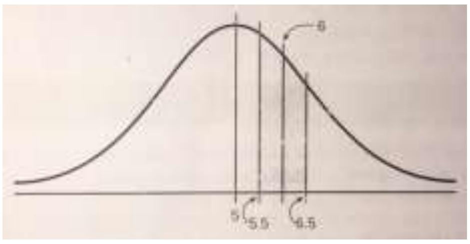
From table B for n = 10, p = 0.5 and x = 6 the probability is 0.205 for a normal approximation

$$\mu = np = (10)(0.5) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{npq = \sqrt{(10)(0.5)(0.5)} \approx 1.58}$$

Now x = 6 is represented by the bounaries 5.5 and 6.5 so the z values are

$$z_1 = \frac{6.5 - 5}{1.58} \approx 0.95 \qquad z_2 = \frac{5.5 - 5}{1.58} \approx\approx 0.32$$



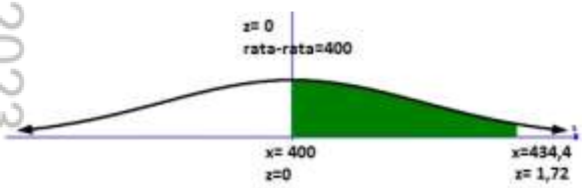
The corresponding area for 0.95 is 0.8289, and the corresponding area for 0.32 is 0.6255. The area between the two z values of 0.95 and 0.32 is 0.8289 – 0.6255 = 0.2034, which is very close to the binomial table value of 0.205. See Figure 6–42.

5. Sebuah pabrik baterai memproduksi baterai dengan daya tahan 400 jam. Jika simpangan 20 jam. Berapa peluang baterai tersebut hidup antara 400 hingga 434,4 jam?

Penyelesaian:

Diketahui : $\mu = 400$; $\sigma = 20$; $x_1 = 400$; $x_2 = 434{,}4$.
Tanya : P [400 jam < X < 434,4 jam]

Jawab :
$Z\ i = xi - \mu\sigma zi = xi - \mu\sigma$
$z1 = x1 - \mu\sigma$
$z1 = 400 - 40020 = 0$
$z2 = x2 - \mu\sigma$
$z2 = 434{,}4 - 40020 = 1{,}72$
P [400 jam < X < 434,4 jam]
P [0 < z < 1,72].



Daerahnya bisa dilihat pada kurva yang diarsir berikut: Berdasarkan tabel distribusi normal, maka nilai luas daerah untuk 1,72 adalah = 0,4573. Jadi peluang sebuah batrai bisa bertahan hingga 400 sampai 434,4 jam adalah 0,4573.

6. After years of drought, reservoirs in California are at capacity or overflowing from record-setting and snow in 2017. This has made Los Angeles feel more like London than Southern California (Los Angeles Times, January 12,2017). Assume that the amount of annual rainfall in Los Angeles can be represented by a lognormal variable, $Y=e^x$, where X is normally distributed. The mean and the standard deviation of X are know to be 2.6054 and 0.4487, respectively.

a. What is the probability that the annual rainfall in Los Angeles is more than 20 inches?
b. Find the 25th percentile for the annual rainfall in Los Angeles.

Solution:

- Using Excel and R for the Exponential and Log normal Distributions 4 from the last section shows Excel and R functions: that we can use to solve Tan associated with the exponential and lognormal distributions.

- We let Y denote the annual rainfall in Los Angeles. We know that X is normally distributed with $\mu = 2.6054\ and\ \sigma - 0.4487$

- Using Excel
  We use Excel's EXPON.DIST function to solve for probabilities associated with the exponential disnibutlon. In order to find PX S), we enter"=EXPON. DISTX, 2. 1y", wherexis the value for which we want to evaluate the cumula- tive probability and is the rate parameter. (If we enter "0" for the last argu- ment in the function, then Excel returns the height of the exponentiat distribution at the point x) With respect to the exponential distribution, Ex- cel does not provide a function if we want to find a particular x value for a given cumulative probability. In order to find the probability tihat the time between consecutive arrivals (customers) will fall berween 3 and 6 minutes, P(3SX<6), we enter "=EXPON, DIST(6, 0.20, 1) EXPON.DIST(3, 0.20, 1)" Excel returns 0.2476.

- Eksponential distribution for describing these times or distances. The exponential random variable is nonnegative that is, the underlying variable X is defined for $x \geq 0$.

7. Diketahui suatu distribusi normal dengan $\mu = 50$ dan $\sigma = 10$ carilah probabilitas bahwa x mendapat nilai antara 40 dan 62!

Penyelesaian:

$$z_1 = \frac{40-50}{10} = \frac{-10}{10} = -1{,}0$$
$$z_2 = \frac{62-50}{10} = \frac{12}{10} = 1{,}2$$

$P(45<X<62) = P(-1{,}0< Z<1{,}2)$

$= 0{,}310 + 0{,}444$

$= 0{,}754$

Probabilitas X mendapat nilai 45 – 62 adalah 75%

8. Rata – rata jarak tempuh bus pada suatu perusahaan travel yaitu 5000 km perbulan dan standar deviasinya 1200 km yang mengikuti sebaran normal. Berapakah probabilitas bus menempuh jarak antara 3400 km dan 6500 km dalam 1 bulan?

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu=5000$, $\sigma=1200$, $x_1=3400$, $x_2= 6500$

$z_1 = (x_1 - \mu)/\sigma = (3400-5000)/1200 = -1.33$

$z_2 = (x_2 - \mu)/\sigma = (6500-5000)/1200 = 1.25$

$P(-1.33<z<1.25)=P(z<1.25)-P(z<-1.33)$

$= 0.3944 - 0.0918$

$= 0.3026$

Jadi probabilitas bus menempuh jarak antara 3400 km dan 6500 km dalam 1 bulan yaitu 0.3026

9. Sebuah Baterai laptop rata-rata memiliki umur garansi selama 4 tahun dengan Simpangan baku 0,6 tahun. Jika masa garansi dianggap Distribusi Normal, tentukan peluang garansi baterai laptop tersebut akan berumur kurang dari 3,5 tahun.

Penyelesaian:

Diketahui : $\mu = 4$ $\sigma= 0,5$ $x = 3,5$

Ditanya = P (x < 3,5)

Pertama, transformasi x ke bentuk baku z

$z\_ = x\_(-\mu)/\sigma= 3,5 – 4/ = -1,00$

P (x < 3,5) = P (z < -1,00)

= 0,5 + 0,1587

= 0, 6587

10. Perusahaan kecantikan mempunyai rata – rata terjual 1500 pcs. dalam sebulan dengan simpangan baku 160 perbulan. Jika dianggap penjualan tersebut dianggap Distribusi Normal, tentukan peluang penjualan tersebut kurang dari 1020 pcs.

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu = 1500$ $\sigma= 160$ $x = 1020$

Ditanya: P (x < 1020) = …..?

Pertama, transformasi x ke bentuk baku z

$z= x\_(-\mu)/\sigma=(1020-1500)/160= -3,00$

P (x < 1020) = P (z < -3,00)

= 0,5 + 0,4987

= 0, 9987

11. Sebuah bisnis kecil mempunyai rata rata mengirim 8 paket perhari dengan simpangan baku 3 perhari. Jika pengiriman paket tersebut dianggap Distribusi Normal, tentukan peluang pengiriman tersebut kurang dari 6 paket perharinya.

Penyelesaian:

Diketahui: $\mu=8,\sigma=3,x\_1=6$

$z= (x- \mu)/\sigma= (6-8)/3= -0,66$

P(x<6)=P(z<-0,66)

= 0.5 – 0.2546

= 0.2454

12. Mr. Gupta applies for a personal loan of Rs 1,50,000 from a nationalized bank to repair his home. The bank informed him that over the years, it has received about 2920 loan applications per year and that the probability of approval was, on average, above 0.85.

a) Mr. Gupta wants to know the average and standard deviation of the number of loans approved per year.
b) suppose bank actually received 2654 loan applications per year with an approval probability of 0.82. what are the mean and standard deviation now?

Solution:

: (a) Assuming that approvals are independent from loan to loan, and that all loans have the same 0.85 probability of approval. Then

$$\text{Mean, } \mu = np = 2920 \times 0.85 = 2482$$

$$\text{Standard deviation, } \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2920 \times 0.85 \times 0.15} = 19.295$$

(b)

$$\text{Mean, } \mu = np = 2654 \times 0.82 = 2176.28$$

$$\text{Standard deviation, } \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2654 \times 0.82 \times 0.18} = 19.792$$

13. The lifetimes of certain kinds of electronic devices have a mean of 300 hours and standard deviation of 25 hours. assuming that the distribution of these lifetimes, wchich are measures to the nearest hour, can be approximated closely with a normal curve.

a) Find the probability that any one of these electronic devices will have a lifetime of more than 350 hours.
b) What percentage will have lifetimes of 300 hours or less?
c) What percentage will have lifetimes from 220 or 260 hours?

Solution:

Solution: (a) Given, $\mu = 300$, $\sigma = 25$, and $x = 350$. Then

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{350-300}{25} = 2$$

The area under the normal curve between $z = 0$ and $z = 2$ is 0.9772. Thus the required probability is, $1 - 0.9772 = 0.0228$.

(b)
$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{300-300}{25} = 0$$

Therefore, the required percentage is, $0.5000 \times 100 = 50\%$.

(c) Given, $x_1 = 220$, $x_2 = 260$, $\mu = 300$ and $\sigma = 25$. Thus

$$z_1 = \frac{220-300}{25} = -3.2 \text{ and } z_2 = \frac{260-300}{25} = -1.6$$

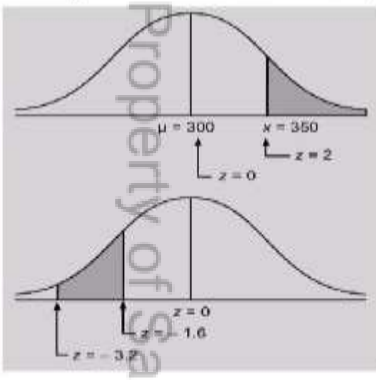
From the normal table, we have

$$P(z = -1.6) = 0.4452 \text{ and } P(z = -3.2) = 0.4903$$

Thus the required probability is

$$P(z = -3.2) - P(z = -1.6) = 0.4903 - 0.4452 = 0.0541$$

Hence the required percentage $= 0.0541 \times 100 = 5.41$ per cent.



14. Sebuah bisnis kecil mempunyai rata rata mengirim 8 paket perhari dengan simpangan baku 3 perhari. Jika pengiriman paket tersebut dianggap Distribusi Normal, tentukan peluang pengiriman tersebut kurang dari 6 paket perharinya.

Penyelesaian:

Diketahui: μ=8,σ=3,x_1=6
z= (x- μ)/σ= (6-8)/3= -0,66
P(x<6)=P(z<-0,66)
= 0.5 – 0.2546
= 0.2454

15. Mr. Gupta applies for a personal loan of Rs 1,50,000 from a nationalized bank to repair his home. The bank informed him that over the years, it has received about 2920 loan applications per year and that the probability of approval was, on average, above 0.85.

c) Mr. Gupta wants to know the average and standard deviation of the number of loans approved per year.

d) suppose bank actually received 2654 loan applications per year with an approval probability of 0.82. what are the mean and standard deviation now?

Solution:

: (a) Assuming that approvals are independent from loan to loan, and that all loans have the same 0.85 probability of approval. Then

$$\text{Mean, } \mu = np = 2920 \times 0.85 = 2482$$

$$\text{Standard deviation, } \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2920 \times 0.85 \times 0.15} = 19.295$$

(b)

$$\text{Mean, } \mu = np = 2654 \times 0.82 = 2176.28$$

$$\text{Standard deviation, } \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{2654 \times 0.82 \times 0.18} = 19.792$$

16. Sebuah mesin kemasan menghasilkan 20 persen paket yang rusak. Jika diambil sampel acak dari 10 paket, berapakah mean dan deviasi standar dari distribusi binomial tersebut:

Penyelesaian:

Dengan menggunakan distribusi peluang normal sebagai pendekatan untuk distribusi peluang binomial, kita dapat menghitung mean dan deviasi standar dari distribusi binomial, sebagai berikut:

n = 10

p= 0.2

q=1-p=1-0.2=0.8

Mean = μ = np = (10) (0.2) = 2

Deviasi Standar$= \boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\boldsymbol{npq}} = \sqrt{(\mathbf{10}).(\mathbf{0,2}).(\mathbf{0,8})} = \mathbf{1,265}$

17. A venture capital company feels that the rate of return (X) on a proposed investment is approximately normally distributed, with a mean of 30% and a standard deviation of 10%. Find the probability that the return will exceed 55%.

Solution:

The rate of return, X, is normally distributed with μ= 30 and σ = 10. We need the P(X > 55). The value of Z corresponding to X = 55 is

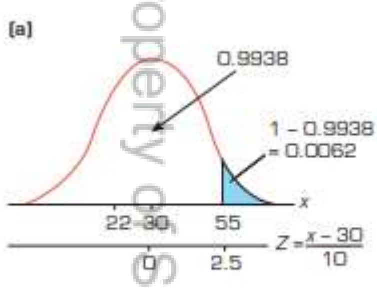
$\boldsymbol{Z = X - \mu : \sigma}$

= 55 – 30 : 10

= 2.5 P(X > 55)

= P(Z > 2.5)

shows the required area P(Z > 2.5), together with corresponding values of X.



Therefore, P (X > 55) = P(Z . 2.5)

= 1 - P (Z < 2.5)

= 1 - 0.9938 (from table 8.1)

= 0.0062

so, The probability that the return will exceed 55% is 0.0062

BAB - V

LATIHAN SOAL-SOAL SECARA MANDIRI

1. Rata-rata upah seorang buruh adalah US$ 9 per jam dengan standar deviasi US$ 0,5. Berapakan probabilitas:

a. Buruh yang menerima upah per jam kurang dari $8,2
b. Buruh yang menerima upah per jam lebih dari $9,6
c. Buruh yang menerima upah per jam antara $8,7 dan $9,9

2. Sebuah Baterai laptop rata-rata memiliki umur garansi selama 4 tahun dengan Simpangan baku 0,6 tahun. Jika masa garansi dianggap berdistribusi normal, tentukan peluang garansi baterai laptop tersebut:

a. akan berumur lebih dari 3,5 tahun;
b. setidak-tidaknya 3,0 tahun;
c. minimal 2 tahun.

3. Dari penelitian terhadap 150 orang laki-laki yang berumur 40–60 tahun didapatkan rata-rata kadar kolesterol (μ) mereka 215 mg % dan simpangan baku σ = 45 mg %. Hitunglah peluang kita mendapatkan seorang yang kadar kolesterolnya:

a. > 250 mg %
b. < 200 mg %
c. antara 200 –275 mg %

4. Plat baja yg diproduksi oleh sebuah pabrik baja memiliki daya regang rata-rata 500 dan deviasi standar sebesar 20 jika sample random yg terdiri dari 100 plat dipilih dari populasi yg terdiri dari 100.000 plat. Berapakah probabilita rata-rata sample akan kurang dari 496 ?

5. Sebuah stand baju di mall besar kota Jakarta menemukan bahwa pembelian dilakukan oleh 20% dari pelanggan yang memasuki tokonya. Suatu hari diperoleh sampel acak sebanyak 180 orang memasuki stand toko tersebut. Berapa probabilita pelanggan yang membeli kurang dari 15% ?

6. Fakultas Ekonomi dan Bisnis salah satu Universitas di luar pulau jawa, menerima mahasiswa baru pada tahun 2022 sebanyak 528 orang dan 211 orang diantaranya telah membawa netbook pribadi ke kampus. Sebanyak 120 mahasiswa baru diambil sebagai sampel acak. Hitunglah:

a. Standar deviasi?
b. probabilita mahasiswa yang membawa netbook antara 50% dan 60%?

7. Megan Drives to work each morning. Her Commute time is normally distributed with mean 30 minutes and standard deviation 5 minutes. Her workday begins at 9:00 A.M. At what time should she leave for work so that the probability She is on time is 95%?

8. Rata-rata upah seorang buruh adalah US$ 9 per jam dengan standar deviasi US$ 0,5. Berapakan probabilitas:

a. Buruh yang menerima upah per jam kurang dari $8,2
b. Buruh yang menerima upah per jam lebih dari $9,6
c. Buruh yang menerima upah per jam antara $8,7 dan $9,9

9. Burhan merupakan pedagang buah. Setiap hari ia membeli 300 kg buah di Pasar Induk Kramat Jati, Jakarta Timur. Probabilitas buah tersebut laku dijual dalah 80% dan 20% kemungkinan tidak laku dan busuk. Berapa probabilitas buah sebanyak 250 kg laku dan tidak busuk?

10. PT Hilmi Hore, memproduksi Bohlam Lampu yang dapat hidup 900 jam dengan standar deviasi 50 jam. PT Hilmi Hore ingin mengetahui berapa persen produksi pada kisaran antara 820-960 jam, sebagai bahan promosi bohlam lampu. Hitung berapa probabilitasnya!

11. Sebuah material menjual pipa dipotong dengan rata – rata 28 mm. Dengan simpangan baku 2cm. Berapa persenkah kemunkinan pipa akan diproduksi dengan panjang dibawah 21 mm?

12. Sebuah perusahaan televisi memberikan jaminan pada konsumen tak akan rusak rata – rata selama 830 hari.

Dengan standar deviasi 50 hari. Berapa peluang alat elektronik tersebut tak akan rusak antara 752 hari dan 862?

13. Terdapat 300 ibu – ibu rumah tangga yang membeli minyak disebuah mini market. Rata-rata dari mereka yang mendapatkan minyak tersebut 43 serta simpangan bakunya adalah 12. Jika data minimarket tersebut berdistribusi normal, maka berapa persen ibu rumah tangga yang mendapatkan minyak jika syarat untuk mendapatkan minyak tersebut berumur diatas 57?

14. Sebuah perusahaan mempunyai mesin pembuat minyak dapat memproduksi minyak dengan ukuran rata – rata 54L dengan standar deviasi 2L. Tentukan peluang minyak mempunyai ukuran lebih dari 58L?

15. Misalkan Rata – rata jarak tempuh mobil pengangkut barang pada suatu perusahaan sembako yaitu 6420 km perbulan dan standar deviasinya 1300 km yang mengikuti sebaran normal. Berapakah probabilitas mobil menempuh jarak antara 4600 km dan 7100 km dalam 1 bulan?

16. Please use Z table to solve this problems:

a. For a continuos random variable X with an upper bound of 4, $P(0 \leq X \leq 25) = 0{,}05 \; and \; P(2.5 \leq X \leq 4 = 0.16$. Calculate the following probabilities?

b. A random variable X follows the continuous uniform distribution with a lower bound of -2 and upper bound4?

c. Let X be normally distributed with mean μ = 2.5 and standard devation σ = 800?

d. A young investment manager tells his client that the probability of making a positive return with his suggested portofolio is 90% if it is know that returns are normally distributed with a mean of 5.6%, ehat is the risk, measure by standard deviation, that this investment manager assumes in his calculation?

e. Find the following z values for the standard normal variable z?

f. P(z ≥ 1,62); P(1,05 ≤ z ≤ 2,73); and P (-1,25 ≤ z ≤ 2,65)

g. Find the area under the standard normal distribution curve to the right of z = -1.24.

h. Find two z value one positive and one negative, that are equidistant from the mean so that the areas in the two tails add to the following values: i. 5%, ii. 10%, iii. 1%

17. The amount of time consumed by an individual at a bank ATM is found to be normally distributed with mean $\mu = 130$ seconds and standard deviation $\sigma = 45$ seconds.

a. What is the probability that a randomly selected individual will consume less than 100 seconds at the ATM?
b. What is the probability that a randomly selected individual will spend between 2 to 3 minutes at the ATM?
c. Within what length of time do 20% of individuals complete their job at the ATM?
d. What is the least amount of time required for individuals with top 5% of required time?

18. Each month, an american housebold generates an average of 28 pounds of newspaper for garbage or recycling. Assume the variable is approximately normally distributed and the standard deviation is 2 pounds. If a housebold is selected at random, find the probability of its generating

a. Between 27 and 31 pounds per month
b. More than 30.2 pounds per month

19. The average drive to work is 9.6 miles. Assume the standard deviation is 1.8 miles. If random sample of 36 employed people who drive to work are selected, find the probability that the mean of the sample miles driven to work is between 9 qnd 10 miles.

DAFTAR PUSTAKA

Supangat, Andi. 2016. Statistika (dalam kajian deskriptif, inferensi, dan nonparametric).

Kustituanto, Bambang.2017. Statistika Ekonomi dan Bisnis.

Kountur, Ronny. 2005. Statistik Praktis. Jakarta: PPM.

Gunawan, Imam. 2016. *Pengantar Statistika Inferensial*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada

Supranto, J. 2016. Statistik Teori dan Aplikasi Edisi Kedelapan. Jakarta: Erlangga

L. Bowerman, Bruce dkk. 2016. *Business Statistics in Practice Eight Edition.* United States: Mc Graw Hill Education

Statistika Terapan: Konsep, Contoh Dan Analisis Data Dengan Program SPSS/Lisrel Dalam Penelitian.

Allan G. Bluman, Elementery statistics, A Step by Step Approach, tenth edition, 2018 McGraw-Hill Education

Business Statistics, J.K. Sharma. (Buku kelompok 3).

Basic Statistics for Business and Economics, Douglas, William, and Samuel. (Buku kelompok 5).

Statistics for Business and Economics, James, George, and Terry. (Buku kelompok 1)

http://www.marthamatika.com/2017/03/soal-dan-pembahasan-distribusi-normal-z.html

https://www.academia.edu/5503798/distribusi_sampling

https://www.academia.edu/9230107/bab_9_distribusi_sampling

https://dokumen.tips/documents/bab-8-distribusi-sampling.html

https://prezi.com/xe5npsb4at83/distribusi-sampling-proporsi/

http://adamjulian.web.unej.ac.id/wp-content/uploads/sites/5797/2016/01/pertemuan_1c_distribusisampling_proporsi.pdf

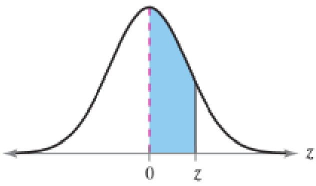
https://statisticsfeunpad.files.wordpress.com/2012/02/modul-statistika-2-2011.pdf

https://www.akseleran.co.id/blog/distribusi-normal/

https://youtu.be/3UUpZnBbyE8

LAMPIRAN – LAMPIRAN

Standard Normal Distribution (0-to-*z*)



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998

Reprinted with permission of Gale Mosteller, executor of estate of Frederick Mosteller, 3830 13th Street North, Arlington, VA 22201 mosteller.g@ei.com.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
−3.9	0.00005	0.00005	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00004	0.00003	0.00003
−3.8	0.00007	0.00007	0.00007	0.00006	0.00006	0.00006	0.00006	0.00005	0.00005	0.00005
−3.7	0.00011	0.00010	0.00010	0.00010	0.00009	0.00009	0.00008	0.00008	0.00008	0.00008
−3.6	0.00016	0.00015	0.00015	0.00014	0.00014	0.00013	0.00013	0.00012	0.00012	0.00011
−3.5	0.00023	0.00022	0.00022	0.00021	0.00020	0.00019	0.00019	0.00018	0.00017	0.00017
−3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
−3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
−3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
−3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
−3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
−2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
−2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
−2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
−2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
−2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
−2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
−2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
−2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
−2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
−2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
−1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
−1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
−1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
−1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
−1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
−1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
−1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
−1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
−1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
−1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
−0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
−0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
−0.7	0.2420	0.2388	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
−0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2482	0.2451
−0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
−0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
−0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
−0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
−0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
−0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641